



Instituto Tecnológico de Pachuca

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE PACHUCA

DISEÑO Y ANÁLISIS DE MUELLE PARABÓLICO PARA UN EJE TRASERO DE UN CAMIÓN UNITARIO C2.

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA PRESENTA ING. GILBERTO PÉREZ HERNÁNDEZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. IGNACIO RAMÍREZ VARGAS

SINODALES: DRA. ERIKA OSIRIS ÁVILA DÁVILA DR. MARIO EMIGDIO RODRÍGUEZ CASTILLO

91 páginas

Pachuca de Soto, Hidalgo Noviembre de 2018.



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo, C.P. 42080. A. P. 276, Tels. : 7113073, 7113596, 7113140, 7115119 7115538 Fax (01771)7113399 www.itpachuca.edu.mx

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS III					
ÍNDICE DE TABLASVI					
NOMENCLATURA VII					
RESUMEN9					
ABSTRACT					
INTRODUCCIÓN 11					
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 12					
DELIMITACIÓN Y ALCANCE 12					
JUSTIFICACIÓN 13					
HIPÓTESIS 13					
OBJETIVO GENERAL					
OBJETIVOS ESPECÍFICOS					
CAPITULO 1: MARCO TEORICO Y ESTADO DEL ARTE 15					
1.1 RESORTE DE HOJA (MUELLE) 15					
1.2 TIPOS DE RESORTE DE HOJAS [7] 19					
1.3 APLICACIÓN					
1.4 CONSIDERACIONES DE DISEÑO 27					
1.4.1 SECCIONES DE HOJAS					
1.4.2 EXTREMOS DE LAS HOJAS					
1.4.3 OJOS Y EXTREMOS DEL MUELLE					
1.4.4 PERNO CENTRAL					
1.4.5ABRAZADERA CENTRAL32					
1.4.6CLIPS DE REBOTE Y ALINEACIÓN					
1.5.1 PROPIEDADES MECÁNICAS. [6]					
1.5.2PRETENSADO MECÁNICO [6]					
1.5.3ACABADOSSUPERFICIALESYRECUBRIMIENTOSPROTECTORES [6]					
CAPÍTULO 2: MODELACIÓN Y ANÁLISIS POR EL MÉTODO DEL					
ELEMENTO FINITO					

2.1 MODELACIÓN 3D DEL MUELLE PARABÓLICO DE TRES	HOJAS
SIMÉTRICAS	44
2.2 ANÁLISIS ESTÁTICO ESTRUCTURAL	47
2.3 ANÁLISIS DE FATIGA Y DETERMINACIÓN DE VIDA ÚTIL	51
2.4 ANÁLISIS MODAL CON ANSYS	61
CAPÍTULO 3: ANÁLISIS ANALÍTICO	68
3.1 ANÁLISIS ESTÁTICO	68
3.1.1 DEFLEXIÓN:	70
3.1.2 ESFUERZO MÁXIMO [20]: 3.2 ANÁLISIS DE FATIGA Y DETERMINACIÓN DE VIDA ÚTIL	73 75
3.3 ANÁLISIS MODAL	
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS	81
4.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTÁTICO	81
4.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE FATIGA	84
4.3 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL	86
CONCLUSIONES	88
REFERENCIAS	89

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Carros de desfile sumerios (2700 AC) 15
Figura 1.2 Coche de caballo con suspensión de ruedas, muelles, frenos y
dirección. [4]
Figura 1.3 Resorte de hoja (modelo actual de Volkswagen Caddy). [4] 18
Figura 1.4 Diagramas teóricos de carga-deflexión para dos muelles. En cada
diagrama, la línea punteada representa el resorte de mínima energía que tiene la
misma carga de diseño y espacio libre de desplazamiento que el resorte
representado por la línea continua. [8] 27
Figura 1.5 Extremos de hoja. [8] 29
Figura 1.6 Tipo de ojos para muelles. [8] 31
Figura 1.7 Perno central y dimensiones de las tuercas. [8] 32
Figura 1.8. Abrazadera para muelles. [8] 32
Figura 1.9 Típicos de abrazaderas. [8] 33
Figura 1.10 Típicos de abrazaderas. [8] 33
Figura 1.11 Clip para muelles. [8]
Figura 1.12 Patrones de esfuerzo beneficiosos inducidos por el pre-ajuste y
peening. [6]
Figura 1.13 Comparación de los ensayos del agitador y del impacto 40
Figura 1.14 Primer diseño 41
Figura 1.15 Segundo diseño 41
Figura 1.16 Tercer diseño 41
Figura 2.1 Muelle parabólico completo 44
Figura 2.2 Croquis del muelle parabólico 45
Figura 2.3 Hoja 1 en voladizo 45
Figura 2.4 Hoja 2 en voladizo 46
Figura 2.5 Hoja 3 en voladizo 46
Figura 2.6 Muelle parabólico en voladizo 46
Figura 2.7 Muelle parabólico 47
Figura 2.8 Curvas de esfuerzo-deformación para materiales frágiles y dúctiles 48
Figura 2.9 Malla 3D 49
Figura 2.10 Condiciones de frontera 50
Figura 2.11 Deformación total 51

Figura 2.12 Esfuerzo de Von-Mises	. 51
Figura 2.13 Ciclo típico de esfuerzo por fatiga	52
Figura 2.14 Diagramas de fatiga que muestran varios criterios de falla.	. 54
Figura 2.15 Uso de la curva S-N para la estimación de la vida de fatiga	. 54
Figura 2.16 Muelle Parabólico en Voladizo	55
Figura 2.17 Banco de trabajo de ANSYS	56
Figura 2.18 Análisis estático estructural	56
Figura 2.19 Engineering Data	57
Figura 2.20 ANSYS WORKBENCH	. 57
Figura 2.21 Generación de Malla	. 58
Figura 2.22 Tipo de Contacto	. 58
Figura 2.23 Condiciones de Frontera.	. 59
Figura 2.24 Configuración de Fatigue tool	60
Figura 2.25 Factor de seguridad	. 60
Figura 2.26 Vida útil	61
Figura 2.27 Muelle Parabólico en voladizo	62
Figura 2.28 Propiedades del material 51CrV4	62
Figura 2.29 Contacto entre hojas del muelle	63
Figura 2.30 Generación de malla	63
Figura 2.31 Malla para el análisis modal	64
Figura 2.32 Condición frontera	. 64
Figura 2.33 Modo 1	65
Figura 2.34 Modo 2	65
Figura 2.35 Modo 3	65
Figura 2.36 Modo 4	66
Figura 2.37 Modo 5	66
Figura 3.1 Muelle Parabólico de 3 hojas	69
Figura 3.2 Muelle parabólico en voladizo	. 70
Figura 3.4 Esfuerzos normales en una viga de material linealmente elástico [22]].74
Figura 3.5 Sección transversal de la viga que muestra el eje z como el eje neu	tro
de la sección transversal [22]	. 74
Figura 3.7 Esfuerzo sinusoidal completamente invertido	. 77
Figura 4.1 Deformación total.	. 82
Figura 4.2 Esfuerzo de Von-Mises	. 82

Figura 4.3 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 1	. 83
Figura 4.4 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 2	. 83
Figura 4.5 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 3	. 83
Figura 4.6 Distribución de esfuerzos en las hojas 1, 2 y 3	. 84
Figura 4.7 Factor de seguridad	. 85
Figura 4.8 Numero de ciclos a la falla	. 85
Figura 4.9 Modo 1	. 86
Figura 4.10 Modo 2	. 86
Figura 4.11 Modo 3	. 87
Figura 4.12 Modo 4	. 87
Figura 4.13 Modo 5	. 87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Energía almacenada por muelles de acero [6]	19
Tabla 1.2 Descripción de varios tipos de muelles de hoja. [7]	19
Tabla 1.3 Deflexión estática y holguras de marcha de varios tipos de vehíco	ulos con
muelles de acero. [8]	26
Tabla 1.4 Secciones de hoja - Norma SAE. [8]	28
Tabla 1.5 Máxima sección de espesor. [6]	35
Tabla 1.6 Propiedades mecánicas típicas del acero para muelles. [6]	36
Tabla 2.1 Detalles de malla	49
Tabla 2.2 Frecuencias naturales obtenidas con ayuda de ANSYS	66
Tabla 3.1. Parámetros geométricos del muelle	68
Tabla 3.2 Propiedades mecánicas del 51CrV4. [23]	
Tabla 4.1 Comparación De Resultados del Análisis Analítico y MEF	81
Tabla 4.2 Comparación de Resultados del Análisis Analítico y MEF	84
Tabla 4.3 Comparación del primer modo de vibración del muelle	86
Tabla 4.4 Los primeros 5 modos de vibración del muelle	86

NOMENCLATURA

- h_x = Espesor variable.
- $h_0 = \text{Espesor inicial.}$
- h_2 = Espesor final.
- E = Modulo de Young.
- *I* = Momento de inercia.
- F = Fuerza que actúa en el extremo final del muelle.
- I_2 = momento de inercia de la sección B-C ($I_2 = \frac{nbh_2^3}{12}$).
- I_0 = Momento de inercia de la sección A-B ($I_0 = \frac{nbh_0^3}{12}$).
- l = Longitud media del muelle.
- l_1 = Longitud de la sección A-B.
- l_2 = Longitud de la sección B-C
- n = número de hojas del muelle.
- b = Ancho de la hoja del muelle.
- $A_0 =$ Área de la sección Inicial $A_0 = nbh_0$.
- $A_2 =$ Área de la sección Final $A_2 = nbh_2$.
- $\omega =$ Frecuencia Natural.
- K_a = factor de modificación por la condición superficial
- K_b = factor de modificación por el tamaño
- K_c = factor de modificación por la carga
- K_d = factor de modificación por la temperatura
- K_e = factor de confiabilidad
- $S_e =$ límite de resistencia a la fatiga modificada
- S'_e = límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria
- S_y = Resistencia a la fluencia.
- σ_e^{max} = Esfuerzo máximo de Von-Mises.
- σ_a = Esfuerzo alterno.
- σ_m = Esfuerzo medio.
- $\sigma_{max} = \mathsf{Esfuerzo} \ \mathsf{max}\mathsf{imo}.$
- $\sigma_{min} = \text{Esfuerzo mínimo.}$
- σ_{perm} = Esfuerzo permisible.

- $S_{ut} = \text{Resistencia ultima a la tensión.}$
- y = Deformación.
- C_1 , D_1 , C_2 , D_2 = Constantes de integración.
- $\epsilon = \text{Deformación unitaria.}$
- M = Momento flexionante.
- A = Area.
- k = Relación de resorte.
- N = Numero de ciclos.
- T =Energía cinética.
- w, W = Deflexión transversal.
- V = Energía potencial.
- θ = Pendiente de la viga.
- $\rho = \text{Densidad.}$
- R =Cociente de Rayleigh.

RESUMEN

El presente trabajo se enfoca principalmente en el diseño y análisis de un muelle parabólico para un camión unitario C2¹. Este tipo de suspensión ofrece grandes ventajas comparado con un muelle semi-elíptico convencional, debido a que, en el nuevo diseño propuesto en este trabajo, una importante contribución es ser más eficiente, ya que por su perfil parabólico ofrece un esfuerzo distribuido por todo el muelle. Lo anterior, proporciona eficiencia de uso de material.

El presente trabajo se enfoca en la optimización del diseño aplicado a los muelles de la suspensión del vehículo.

El método tradicional para el diseño necesita pruebas de fatiga repetidas de acuerdo con su geometría, material y condición de operación; esto significa que se necesita mucho tiempo y dinero para esas pruebas. Por lo tanto, en este trabajo, se propone un método de diseño para la muelle basado en el análisis numérico con una comparación analítica; al principio, se realiza un análisis estático para obtener el esfuerzo y deformación que son causadas por la carga de operación, así mismo un análisis de fatiga para obtener la vida útil y garantizar la seguridad; por último, se obtienen los cinco primeros modos de vibración del muelle diseñado. A través de este estudio, también fue posible identificar parámetros de diseño que desempeñan un papel vital en la vida de fatiga del muelle.

ABSTRACT

The present work focuses mainly on the design and analysis of a parabolic leaf spring for a C2 unit truck. This type of suspension offers great advantages compared to a conventional semi-elliptical spring, because, in the new design proposed in this work, one of its main advantages is to be more efficient in the use of material, since its parabolic profile it offers a uniform effort throughout the dock, with this give efficiency of use of material.

The present work focuses on the optimization of the design applied to the suspension springs of the vehicle.

The traditional design method requires repeated fatigue tests according to their geometry, material and operating condition; this means that it takes a lot of time

¹ NOM-012-SCT-2-2014

and money for these tests. Therefore, in this work, we propose a design method for the pier based on numerical analysis with an analytical comparison; At the beginning, a static analysis is carried out to obtain the effort and deformation that are caused by the operating load, as well as a fatigue analysis to obtain a useful life and guarantee safety; Finally, the first five vibration modes of the designed spring are obtained. Through this study, you can find design parameters that play a vital role in the fatigue life of the dock.

INTRODUCCIÓN

La suspensión de un vehículo de carga es una de las partes más importantes de su estructura, teniendo en cuenta que sus funciones son: soportar el peso del vehículo, absorber las vibraciones inducidas por el camino, permitir al conductor dirigir el vehículo eficientemente, proporcionar estabilidad y seguridad a sus ocupantes, así como al producto que se esté transportando. El tipo de suspensión a utilizar se elige de acuerdo a la capacidad de carga del vehículo y al camino por el que se traslade comúnmente, debido a que no es fácil transportar demasiado peso por carretera. Los muelles de hojas destacan con respecto a otros tipos debido a que son económicos, requieren de poco mantenimiento y son seguros. Otra función que ofrece este tipo de muelle, es que se utiliza como elemento de conexión entre el chasis y el eje.

La manipulación de los vehículos de carga en la red federal de carreteras de México, impone requerimientos más exigentes al vehículo debido al deficiente estado físico en que se encuentran, la todavía insuficiente cobertura y el mal estado de los caminos rurales [1], en comparación con otros países desarrollados. Las condiciones mencionadas, establecen requerimientos de diseño importantes para los vehículos de carga. Uno de los componentes del vehículo más afectado por esta situación es la suspensión, dado que, esta minimiza los impactos, las vibraciones verticales y establece un traslado estable. Los muelles son elementos cruciales de la suspensión y son los que presentan mayor desgaste y tienden a fallar por fractura, debido en gran medida por las anomalías del camino.

Por otro lado, en la actualidad la tendencia de reducir peso en los componentes está tomando mayor relevancia, a causa del aumento del costo de los combustibles, las nuevas políticas medio ambientales internacionales, que buscan un uso optimizado de los recursos, y la reducción de las emisiones de dióxido de carbono. De esta manera se establece una creciente demanda de productos eficientes y de alto rendimiento [2]. Todo esto lleva a la necesidad de reducir el peso en los sistemas mecánicos utilizados en los vehículos. Esto se puede lograr principalmente por la introducción de un nuevo material, la optimización del diseño y mejores procesos de fabricación.

Los muelles de hoja convencionales tienen la desventaja de ser robustos y tienden a fallar en caminos en mal estado. Con esto surge la necesidad de hacer un estudio donde se consideren todos los factores de frontera que afectarán a dicho muelle y las necesidades actuales de reducción de peso para obtener un muelle seguro, eficiente, confiable, económico, ligero, de fácil producción y que soporte fuerzas estáticas y dinámicas externas sin falla.

El presente trabajo se realiza para un muelle de hojas de perfil parabólico, el cual ofrece flexibilidad y rigidez constante, dado que con esta particularidad se reduce material en comparación de un muelle convencional.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La suspensión del vehículo es la encargada de absorber las vibraciones provocadas por el camino, y con esto obtener confort dinámico, maniobrabilidad y un buen desempeño de conducción. El diseño correcto de este sistema es de gran relevancia; una de las partes de la suspensión que es de gran importancia para un buen funcionamiento son los muelles, ya que ellas son las encargadas de absorber y almacenar energía y devolverla en un momento posterior. Durante este ciclo, el esfuerzo en la muelle no debe exceder un cierto máximo para evitar un fallo por fluencia.

En la actualidad, el diseño automotriz se enfrenta a retos de fabricación de componentes de vehículos más fiables y duraderos con un peso ligero que ofrezca un bajo costo y un eficiente consumo de combustible.

Otro factor a considerar en el diseño son las condiciones de las carreteras de México, ya que impone requerimientos exigentes al vehículo debido al mal estado de éstas, que pueden variar significativamente en comparación con las de otros países.

Todos estos factores llevan a la necesidad de optimizar un diseño, ya que un muelle convencional tiene la desventaja de ser robusto, pesado y poco eficiente. El nuevo diseño debe de cumplir con los siguientes requisitos: seguro, eficiente, confiable, económico, ligero, de fácil producción y que logre soportar fuerzas estáticas y dinámicas.

DELIMITACIÓN Y ALCANCE

El presente trabajo se enfoca en el diseño de un muelle de perfil parabólico el cual considera una carga de 5 toneladas. Se centra en un análisis numérico y analítico,

mismo que presenta grandes ventajas en comparación con un muelle convencional.

Con este estudio, se busca una solución que ayude a optimizar un muelle parabólico el cual realiza las mismas funciones que un muelle convencional, ya que estos son robustos, ocupan demasiado espacio y son ruidosos.

Este diseño se centra en vehículos clase camión unitario C2, bajo la norma NOM-012-SCT-2-2014, tiene permitido un peso máximo por eje de 11 toneladas en caminos tipo ET4, ET2, A4, y A2 [3]. A estas 11 toneladas se le restan el peso del eje, llantas y la muelle. Con todo esto, se tomó la decisión de hacer el diseño con una capacidad de carga de 5 toneladas por muelle, dado que los camiones tienen dos en la parte trasera. El diseño se realiza con medidas estándar para este tipo de camiones.

JUSTIFICACIÓN

Los muelles son una solución más eficiente ya que comparado contra otro tipo de suspensión estos tienen la ventaja de una gran capacidad de carga, un bajo mantenimiento y un costo de fabricación económico.

Esta investigación es de gran importancia, dado que con la metodología de diseño utilizada el resultado se aproxima a las condiciones reales, lo que permite detectar problemas de esfuerzos y vibraciones. De esta manera, es posible evaluar los cambios de diseño antes de la construcción de un posible prototipo; mejorando la confianza en la aceptabilidad del prototipo.

En comparación con estudios previos que toman en cuenta pequeñas cargas, tal y como se puede leer en el estado del arte; este trabajo toma en cuenta condiciones de carga superiores, es decir, con apego al contexto en el país.

HIPÓTESIS

Los muelles convencionales usados en camines unitarios C2, tienen la desventaja de ser robustos y pesados, lo cual los hace ser poco eficientes. Se propone hacer un muelle parabólico, el cual estará constituido por tres hojas simétricas con un perfil parabólico, con esto se obtendrá un esfuerzo uniforme a lo largo del muelle, asegurando la utilización optima de material, para así reducir costos de producción y optimizar la eficiencia en los camiones de este tipo.

Tendrá forma semi-elíptico con una capacidad de deflexión de 3 pulgadas, dado que esto nos confirma un confort ideal para este tipo de vehículos de acuerdo a la tabla 1.3, obtenida del libro "Manual on Design and Application of Leaf Springs".

OBJETIVO GENERAL

Realizar un diseño y un análisis mecánico para obtener un muelle de hoja útil que satisfaga las necesidades y además sea seguro, eficiente, confiable, económico, con un peso mínimo, de manufactura práctica y que sea capaz de soportar fuerzas estáticas y dinámicas sin fallo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Obtener el esfuerzo máximo debido a la carga máxima de operación aplicada.

2. Obtener la deformación máxima debida a la carga máxima aplicada.

3. Obtener el porcentaje de la vida útil cuando se le aplica la carga máxima en condiciones de uso.

4. Obtener los cinco modos naturales de vibración.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE.

1.1 RESORTE DE HOJA (MUELLE)

La historia de la suspensión automotriz comenzó hace más de 6000 años con la invención de la rueda. La rueda es reconocida como una de las invenciones más significativas en la historia de la humanidad. Ya en el año 2700 AC, los carros de desfile sumerio presentaban cuatro ruedas con una banda externa metálica. Estas ruedas estaban libres de girar alrededor de los ejes que estaban montados rígidamente en el carro (figura 1.1). La superficie exterior metálica estaba destinada a aumentar la duración de las ruedas. Las superficies de contacto entre la rueda y el eje fueron lubricadas con grasa animal o aceite. Los primeros sistemas de dirección aparecieron entre 1800 y 800 AC, y consistieron en un eje delantero montado en la carrocería del carro por medio de una sola articulación de pivote en el centro del eje. [4]



Figura 1.1 Carros de desfile sumerios (2700 AC).

Con el fin de aumentar la comodidad de los pasajeros, los romanos separaron la carrocería del carro de los ejes. La carrocería del carro, que más tarde se convertiría en el cuerpo, fue suspendida de los ejes por cadenas o correas de cuero. Este sistema fue diseñado para mitigar los impactos de la superficie de la carretera, y es reconocido hoy como el primer sistema de suspensión. El primer carro suspendido con dirección y frenos apareció en Europa en el siglo X (figura 1.2). Este carro tenía resortes de hoja (muelle), un eje orientable y un sistema de frenado consistente en una zapata de freno suspendida de una cadena. Este diseño separó el carro en una masa suspendida y una masa no suspendida, un

requisito fundamental para aumentar la velocidad del vehículo más allá de los 30 km / h. [4]



Figura 1.2 Coche de caballo con suspensión de ruedas, muelles, frenos y dirección. [4]

En el siglo XVIII, se consiguió una mejora adicional en el confort de conducción con la introducción de resortes de hojas elípticas elásticas. El amortiguamiento en estos conjuntos de resorte de hoja se proporciona por fricción entre las hojas individuales. Estos conjuntos de resorte de hoja eran también capaces de localizar los ejes en la dirección longitudinal del vehículo, eliminando así la necesidad de fuertes vigas de soporte entre los ejes. [4]

Después de la caída del Imperio Romano, las carreteras mejoradas fueron en gran parte descuidadas. Como resultado, la única manera de operar económicamente los vehículos pesados, de vapor de principios del siglo XIX fue en los rieles. Durante el siglo XIX, varios desarrollos se combinaron para sentar las bases para el transporte rápido por carretera en Inglaterra. Las primeras redes de calles pavimentadas, que fueron hechas por MacAdam, la introducción de la rueda spoked por Walter Hancock en 1830, y el primer neumático de John Boyd Dunlop en 1888 (basado en una invención de Roberto Guillermo Thomson de 1845) para permitir un desplazamiento suave y rápido en las carreteras. [4]

No se sabe quién inventó los resortes de hoja o de placa (muelle), pero la historia parece señalar que poco después del año 1750 estos artefactos fueron popularizados por los fabricantes de vehículos en Inglaterra y poco después en Francia y Alemania. Su alto costo en este momento impidió su adopción general. [5]

En el año 1768 el Dr. R. Lovell Edgworth logró demostrar las ventajas que poseían los vehículos con muelles (resorte de hoja) y fue galardonado con tres medallas de oro por la Society of English Arts and Manufacturers. [5]

En la ya conocida obra " A Treatise on Carriages and Harness", de William Felton, publicada en Londres en 1790, se informó que los muelles se comercializaron durante ese tiempo, demostrando así que se había iniciado la industria especializada de muelles. [5]

La mecánica de los resortes de placas fue expuesta por Clark (1855), aunque las leyes que gobiernan su deflexión fueron declaradas incorrectamente. Más tarde, Reuleaux dio una expresión más correcta para la deformación y esfuerzos para este tipo de resortes. En 1894 G. R. Henderson corrigió la fórmula de Reuleaux para las deformaciones. [5]

Desde que el Dr. Charles P. Dudley, del Ferrocarril de Pensilvania, comenzó su primera investigación sobre aceros de muelles, la metalurgia ha sido capaz de dar al mundo una serie de aleaciones de acero de muelles más valiosas. Quizás los mayores avances se han hecho en los procesos selectivos de tratamientos térmicos. [5]

Como ya se ha mencionado los muelles tradicionales (resortes de hoja) se han utilizado desde los días que coches eran tirados por caballos. Los resortes de hoja de varias capas y hojas ofrecen una solución relativamente económica y confiable pero extremadamente robusta. Hoy en día, la combinación de resortes de hojas convencionales y un eje rígido sólo se puede encontrar en un pequeño número de vehículos de pasajeros y para vehículos de carga. La principal ventaja de los resortes de hoja sobre otros tipos de muelles es que los muelles de hoja no sólo actúan como un elemento de muelle, sino que también pueden utilizarse como elemento de conexión entre el chasis y el eje e incluso pueden controlar la cinemática del eje con respecto al chasis (figura 1.3). Debido a la fricción causada por las hojas individuales del resorte que frotan uno contra el otro, los resortes de hoja de múltiples capas también proporcionan una función de amortiguación. [4] Los resortes de hojas, como todos los otros resortes, sirven para absorber y almacenar energía y luego para liberarla. Durante este ciclo de energía, el esfuerzo en el resorte no debe exceder un cierto máximo para evitar una falla prematura. Esta consideración limita la cantidad de energía que se puede almacenar en cualquier resorte.



Figura 1.3 Resorte de hoja (modelo actual de Volkswagen Caddy). [4]

En este sentido, las muelles de hojas son algo menos eficientes que los resortes helicoidales en términos de almacenamiento de energía por unidad de masa de material, pero los muelles de hojas son ampliamente utilizados en aplicaciones automotrices porque también pueden funcionar como miembros estructurales. En la tipos de resorte de hojas

un resorte de hojas se puede construir de una sola hoja o de varias de longitud igual (completa), o de varias hojas de longitudes decrecientes (escalonadas). los diversos tipos de hojas utilizados en los muelles de una sola hoja se describe en la tabla 1.2. por supuesto, las hojas de perfil plano o de tipo f se pueden usar para construir muelles de múltiples hojas. como lo señala la tabla 1.2, un resorte de hoja hecho completamente de hojas de longitud completa de espesor constante (ver tipo f-1) es mucho más pesado y menos eficiente que un resorte de hojas hecho de hojas correctamente escalonadas (ver tipo f-2) o un resorte de una sola hoja (ver tipos f-4, p-2, t-1 y t-2). se enumeran los valores de energía que se pueden almacenar en las partes activas de los muelles diseñados para un esfuerzo máximo de 160 kpsi (1100 MPa). Si se incluye la consideración de la parte inactiva del muelle requerida para el anclaje del eje, los ojos elásticos, etc., la energía por libra del peso total del muelle será menor que la que se muestra. Equilibrar esta desventaja de peso es el hecho de que los resortes de hoja también se pueden usar como elementos de unión. Para ser económicamente competitivos, los muelles deben por lo tanto diseñarse de tal forma que esta ventaja se aproveche al máximo. [6]

1.2 TIPOS DE RESORTE DE HOJAS [7]

Un resorte de hojas se puede construir de una sola hoja o de varias de longitud igual (completa), o de varias hojas de longitudes decrecientes (escalonadas). Los diversos tipos de hojas utilizados en los muelles de una sola hoja se describe en la tabla 1.2. Por supuesto, las hojas de perfil plano o de tipo F se pueden usar para construir muelles de múltiples hojas. Como lo señala la tabla 1.2, un resorte de hoja hecho completamente de hojas de longitud completa de espesor constante (ver tipo F-1) es mucho más pesado y menos eficiente que un resorte de hojas hecho de hojas correctamente escalonadas (ver tipo F-2) o un resorte de una sola hoja (ver tipos F-4, P-2, T-1 y T-2).

Tipo de muelle	Diseño del muelle	Energía por unidad de masa del muelle.		
		J/kg	in·lbf/lb	
	Hoja única.	43	173	
F-1	Hojas múltiples, con todas las hojas de longitud	43	173	
F-2 Hojas múltiples, con hojas correctamente escalonadas		95	380	
T-1 Hoja única.		109	438	
T-2 Hoja única.		106	426	
P-2 Hoja única.		122	488	

Tabla 1.1 Energía almacenada por muelles de acero [6]

Tabla 1.2 Descripción de varios tipos de muelles de hoja. [7]



Constante en espesor (t_0) . El ancho disminuye a una razón constante de (W_0) en el lado fijo a una dimensión especificada (W_e) en la aplicación de la línea de carga. Bajo carga, el esfuerzo es mayor en el lado fijo. Este diseño es más eficiente que el Tipo F-1.

F-3 TRIANGULAR EN VOLADIZO Constante en espesor (t_0) . El ancho disminuye a una tasa constante desde (W_0) en la línea fija hasta cero en el punto de aplicación de la carga. Bajo carga, el esfuerzo es constante en toda la longitud, la curva elástica en la flexión es circular, es decir. la tasa de cambio de curvatura es constante a lo largo de la longitud. Aunque este diseño es altamente eficiente, no es práctico ya que no se proporciona material para la aplicación de carga.



Igual que el Tipo F-3 excepto por una porción de extremo de longitud (c) con sección transversal constante $(t_0 \times W_c)$ para facilitar la aplicación de carga.

Este diseño es ligeramente menos eficiente que el Tipo F-3.

Con perfil parabólico: tipos "P"







aplicación de la línea de carga. Bajo carga (P) el esfuerzo es mayor en el lado fijo cuando la relación t_e/t_0 es de 0,50 o más. Cuando la relación t_e/t_0 es menor -entre 0,49 y 0,24-, se obtiene un mayor grado de eficiencia, con la línea de esfuerzo máximo a cierta distancia del lado La mayor eficiencia (aproximándose, pero no igualando la del triangular F-3 y de los voladizos

parabólicos P-1) ocurre cuando t_e/t_0 es igual a 0.357, con el pico de esfuerzo ubicado a una distancia del lado fijo igual al 44.5% de la longitud del voladizo.

fijo.

T-2 AFILADO MODIFICADO EN VOLADIZO

Igual que el Tipo T-1 excepto por una porción de extremo de longitud (c) con sección transversal constante $(t_c \times W_0)$ para la resistencia del material requerida para el área del ojo o de carga.

Este diseño es ligeramente menos eficiente que el Tipo T-1.

T-3 AFILADO-TRAPEZOIDAL EN VOLADIZO El espesor disminuye a una tasa

constante desde (t_0) en el lado fijo a una dimensión especificada (t_e) en la aplicación de la línea de carga. El ancho aumenta а una tasa





El grosor de una hoja máximo permisible para una deflexión dada es proporcional al cuadrado de la longitud del resorte. Al elegir una longitud demasiado corta, el diseñador a menudo hace poco práctico que el fabricante de muelles construya un muelle satisfactorio, aunque se pueden cumplir los requisitos de carga normal, deflexión y esfuerzo.

Cuando un resorte escalonado está hecho de hojas de tipo F-2, se debe elegir su longitud para que el resorte tenga no menos de tres hojas. Los resortes con muchas hojas se usan a veces para cargas pesadas, pero son económicos solo cuando el uso de resortes cortos conduce a ahorros definidos en la estructura de soporte.

1.3 APLICACIÓN

Los muelles para la suspensión se utilizan con mayor frecuencia en la suspensión de vehículos. Las características de un sistema de suspensión se ven afectadas principalmente por la constante del muelle y la deflexión estática.

La constante, o más exactamente la tasa de carga de un muelle es el cambio de carga por pulgada de deflexión. Esto no es lo mismo en todas las posiciones del muelle. La deflexión estática de un muelle es igual a la carga estática dividida por la constante del resorte o la razón del resorte en carga estática; determina la rigidez de la suspensión y la frecuencia de conducción del vehículo. En la mayoría de los casos, la deflexión estática difiere de la deflexión real del muelle entre la carga cero y la carga estática debido a las influencias de la curvatura del muelle y el efecto del grillete.

Un viaje suave generalmente requiere una gran deflexión estática de la suspensión. Sin embargo, existen otras consideraciones y limitantes, como las siguientes:

- Un resorte más flexible tendrá una deflexión total más grande y será más pesado.
- En la mayoría de las aplicaciones, un resorte más flexible causará un golpe más severo o requerirá una mayor holgura de desplazamiento (el recorrido del muelle en el vehículo desde la posición de carga de diseño a la posición de contacto de metal a metal), sin tener en cuenta los topes de goma.
- El cambio de altura del vehículo debido a una variación de la carga es mayor con un resorte más flexible

La deflexión estática también depende del espacio disponible. Además, la deflexión estática permisible depende del tamaño del vehículo debido a consideraciones de estabilidad en el frenado, la aceleración, las curvas, etc. La tabla 1.3 enumera las deflexiones estáticas típicas y las distancias disponibles

para varios tipos de vehículos. Estos valores son aproximados y deben usarse solo como una indicación general de la práctica actual en el diseño del sistema de suspensión.

	Deformacion estatica en p	Espacio libre (pulgadas)					
	Automóviles de pasajeros						
Frente pequeño	3	8	3 – 4 1/2				
Parte trasera	4	7	4 – 5 ½				
Frente largo	6	11	3 ½ - 4 ½				
Parte trasera	6	10	4 – 5 ½				
	Coches de motor						
Frente a carga maxima	4	7	2 – 4				
Parte trasera	5	2 ½ - 5					
Camiones							
Parte frontal	1 ½	4	2 ½ - 4				
Parte trasera	Parte trasera 3 7		3 a 5				
Vehículos militares							
Para una alta velocidad de operación del camino	4	8	4—10				
Vehículos de riel							
Locomotoras y vagones de carga	1	2	1/2 a 3/4 de deformacion estatica				
Vagones de pasageros	4	9	1/3 a 1/2 de deformacion estatica				

Tabla 1.3 Deflexión estática y holguras de marcha de varios tipos de vehículos con muelles de acero. [8]

El peso de un resorte para un esfuerzo máximo está determinado por la energía que se almacenará; esta energía está representada por el área bajo un diagrama de carga-deflexión. Los efectos de los cambios en la constante o razón y la holgura en el peso del resorte se pueden ver fácilmente en este tipo de diagrama.

La figura 1.4 muestra diagramas teóricos de carga-deflexión para dos resortes diseñados para la misma carga y espacio libre de desplazamiento; el resorte representado por la línea continua en la figura 1.4 (a) es más rígido que el resorte óptimo para estas condiciones de diseño, mientras que el resorte representado por la línea continua en la figura 1.4 (b) es demasiado flexible. Cada muelle, cuando se desvía completamente, almacena la misma cantidad de energía (1020 J o 9000 in \cdot lb), y los dos muelles pesarán casi lo mismo si están hechos del mismo tipo de material. El resorte óptimo (mínimo de energía y peso) para esta carga de diseño y espacio libre de desplazamiento tendrá rigidez intermedia entre los dos resortes representados en la figura 1.4. Para este resorte óptimo, la deflexión estática es igual a la holgura de desplazamiento, como lo indican las líneas punteadas en la

figura 1.4; la energía almacenada para este resorte es de solo 900 J (8000 in · lb). La figura 1.4 también indica que un cambio en la holgura de desplazamiento afectará la energía almacenada, y por lo tanto el peso requerido, del muelle rígido mucho más que los del resorte flexible.



Figura 1.4 Diagramas teóricos de carga-deflexión para dos muelles. En cada diagrama, la línea punteada representa el resorte de mínima energía que tiene la misma carga de diseño y espacio libre de desplazamiento que el resorte representado por la línea continua. [8]

1.4 CONSIDERACIONES DE DISEÑO

Para el diseño de muelles son de gran relevancia que se tenga en cuenta los siguientes aspectos: las secciones, extremos, tipos de ojos, perno central, abrazadera central, los clips de rebote y alineación.

1.4.1 SECCIONES DE HOJAS

Las secciones de hojas para muelles siguen los estándares SAE como se indica en la tabla 1.4. Estas secciones generalmente están disponibles solo en acero aleado.

WIDTH TOLERANCE			+.030 - 0				+.050 - 0		+.065	+.080 - 0
WIDTH	1-1/2	1-3/4	2	2-1/4	2-1/2	3	3-1/2	4	5	6
THICKNESS										
.132										
.145		TH	ICKNE	SS		TH	ICKNE	SS	THICKNESS	
.160		TO	LERAN	CE		то	LERAN	CE	TOLERANCE	
.176			±.004				±.005		±.006	
.194										
.214										
.237										
.262						7//////////////////////////////////////				
.291					VIIIIII	2000000	///////////////////////////////////////			
.323		2////////	V///////			200000				
.360		///////////////////////////////////////				11111111		X/////////////////////////////////////	1111/1/11/1	
.401				V/////////////////////////////////////		1111111			111111111	
.447				V///////		200000			2000000	
.499						200000				
.558		TH	ICKNE	SS		TH	ICKNE	SS	THICKNESS	THICKNESS
.625		TO	LERAN	CE		TO	LERAN	CE	TOLERANCE	TOLERANCE
.702			±.006				±.008		±.010	±.012
.788										
.887										
.999						TH	ICKNE	SS	THICKNESS	THICKNESS
1.127						TO	LERAN	CE	TOLERANCE	TOLERANCE
1.273							±.012		±.016	±.020
1.440										

Tabla 1.4 Secciones de hoja - Norma SAE. [8]

1.4.2 EXTREMOS DE LAS HOJAS

A continuación, se describen los diferentes tipos de extremos de muelles que son muy comunes en la fabricación de muelles:

- Extremo cuadrado. Este es el extremo más barato para producir, pero a menudo es insatisfactorio. Causa la concentración de presión intercalada, lo que resulta en más fricción y desgaste. Ver figura 1.5 A
- Punta de diamante (punta de lanza). Este extremo hace una mejor aproximación del resorte de esfuerzo uniforme, omitiendo el exceso de material. Sin embargo, dado que el material eliminado es chatarra, no hay ahorro de costes. La distribución de la presión entre las hojas es ligeramente mejorada. Ver figura 1.5 B.
- Extremo laminado cónico. Este extremo puede formarse para aproximar muy de cerca la forma de esfuerzo uniforme ideal. Por lo tanto, ahorra peso, y, además, esta reducción de peso resulta en un menor costo de material, lo que ayuda a pagar por la operación de laminación cónica. Debido a la flexibilidad del extremo de la hoja, la distribución de la presión también se

mejora y la fricción se reduce generalmente. El extremo laminado cónico puede ser redondeado o cuadrado. Ver figura 1.5 C.

Para evitar altas presiones locales entre las hojas y la consecuente formación de rayas, los extremos de las hojas deben cortarse en una dirección tal que el borde de la siguiente hoja sea ligeramente redondeado y el borde afilado en el lado opuesto.



Figura 1.5 Extremos de hoja. [8]

1.4.3 OJOS Y EXTREMOS DEL MUELLE

A continuación, se describen los diferentes tipos de ojos y extremas que se utilizan para los diferentes muelles:

- Ojo hacia arriba. Esta construcción es más comúnmente utilizada. Es simple y fácil de fabricar. Ver figura 1.6 A.
- Envoltura militar. En este diseño, no se intenta hacer que el segundo ojo de la hoja trabaje bajo cargas normales. Pero puede entrar en acción en rebote

y así ayudar a la hoja principal. También proporciona un soporte de emergencia si el ojo principal del resorte se rompe. El diseño ha sido ampliamente utilizado en vehículos militares y otros donde el servicio es severo. Ver figura 1.6 B.

- Montaje del extremo plano. Esta construcción se utiliza a menudo en muelles de ferrocarril y muelles auxiliares para suspensiones traseras de camiones. Puede ser construido como una hoja plana en una bancada curvada o como una hoja curvada en una bancada plana. Ver figura 1.6 C.
- Ojo vuelto hacia abajo. Esto se utiliza a veces porque produce una geometría de resorte diferente (o movimiento de suspensión) que puede mejorar el control de dirección o eje. Ver figura 1.6 D.
- Ojo de Berlín. Esta construcción coloca la carga lateral sobre la línea central de la hoja principal y por lo tanto reduce la deflexión lateral y las tensiones. Las cargas longitudinales también se aplican centralmente a la hoja principal, reduciendo así la tendencia del ojo a desenvolverse. Ver figura 1.6 E.
- Hoja doble principal. Cuando los límites de longitud y deflexión no permiten el uso de una hoja principal de un espesor que dé suficiente fuerza del ojo, se debe usar un doble ojo envuelto. El bosquejo muestra una construcción exitosa de este tipo. Ver figura 1.6 F.
- Hoja principal dividida. Este diseño se utiliza a veces para endurecer un extremo del muelle. Ver figura 1.6 G.
- Ojo reforzado. En esta construcción, el extremo ahusado de la segunda hoja se envuelve alrededor de parte del ojo de la hoja principal. El envoltorio se hace con holgura, similar al ojo militar, o esta holgura se produce si la envoltura es más alta que la pequeña cantidad de deformación elástica posible. Ver figura 1.6 H
- Ojo sólido. Esta construcción parece muy fuerte teóricamente, pero es extremadamente difícil de producir consistentemente, porque el proceso de forja tiene que ser controlado con precisión para obtener el flujo de grano adecuado. Por lo tanto, es muy costoso, pero a pesar de esto no siempre da los resultados esperados. Ver figura 1.6 l.
- > Muelle semi-elíptico de ferrocarril. Ver figura 1.6 J.

Muelles elípticos completos del ferrocarril. Estos diseños sólo son adecuados para vehículos ferroviarios en los que la carga nunca se elimina completamente al rebotar. Ver figura 1.6 K.



Figura 1.6 Tipo de ojos para muelles. [8]

1.4.4 PERNO CENTRAL

El perno central se requiere para mantener las hojas del muelle juntas antes de la instalación y para actuar como un pasador de localización durante la instalación. El diámetro del agujero central del perno debe ser por lo menos igual al espesor de la hoja más pesada, para permitir el punzonado en frío. No debe ser demasiado grande, para evitar un excesivo debilitamiento del muelle. Los agujeros alargados producen menos concentración de esfuerzos y por lo tanto son utilizados por algunos fabricantes de muelles. En la figura 1.7 se muestran los diferentes tamaños de pernos para muelles.

Los pernos centrales están altamente esforzados en el manejo del muelle y en servicio, por lo tanto, se requieren tornillos termo tratados con altas propiedades físicas. En los muelles pesados de camiones y autobuses, los pernos centrales no deben llevar las fuerzas de conducción y de frenado. En tales muelles, la hoja principal se forma a menudo en un centro de copa como se muestra en la figura 1.8.

	Thread	Head	Head	Nut Dimensions		
Bolt Size	Length, (in.)	Diam., (in.)	Height, (in.)	Width Across Flats	Thickness (in.)	
5/16 -24	1	1/2	1/4	1/2	17/64	
3/8 -24	1	9/16	5/16	9/16	21/64	
7/16 -20	1-1/4	5/8	3/8	5/8	3/8	
1/2 -20	1-1/4	3/4	7/16	3/4	7/16	

Figura 1.7 Perno central y dimensiones de las tuercas. [8]



Figura 1.8. Diseño 1. [8]

1.4.5 ABRAZADERA CENTRAL

La abrazadera central proporciona la unión permanente entre las hojas del muelle y entre el muelle y el eje. Pueden distinguirse tres tipos: Shrunk-on band, como se usa en la práctica del ferrocarril; abrazadera atornillada; y abrazadera atornillada con insertos de goma.

Las figura 1.8, 1.9 y 1.10 muestran algunos diseños típicos.

No se puede dar una regla para la mejor longitud de la abrazadera. Las funciones de la abrazadera son fijar el resorte firmemente a su eje u otras piezas de apoyo, y proteger al resorte de la rotura a través de la sección débil en el perno central. El requisito de la abrazadera central es, por lo tanto, que debe permanecer apretado en servicio.



Figura 1.10 Diseño 3. [8]

SECTION A-A

1.4.6 CLIPS DE REBOTE Y ALINEACIÓN

Normalmente se requieren tres o cuatro clips por muelle. Un clip en cada extremo está dispuesto para agarrar tres o más hojas y ayudar a la hoja principal en rebote (clips de rebote). Otro clip se utiliza en uno o ambos extremos de la segunda o tercera hoja más corta para evitar el esparcimiento lateral (clip de alineación).

Cuando se usan cubiertas de resorte de metal, a menudo se omiten los clips de alineación.

- Clip tipo perno. Este clip se utiliza para la mayoría de los resortes pesados. El juego entre el perno y la hoja principal debe ser suficiente para permitir que la hoja principal se tuerza longitudinalmente para que este giro no se concentre en los extremos libres cerca de los ojos. Ver figura 1.11 A.
- > Las dimensiones estándar se establecen y se dan en el manual de SAE.
- Remache de tipo clip. Este se usa en muelles donde las holguras son limitadas. Ver figura 1.11 B.
- Clip de tipo caja. Este tipo se construye en una serie de formas por diferentes fabricantes. Se utiliza ampliamente en la suspensión para automóviles de pasajeros, especialmente en aquellos con las secciones especiales. Ver figura 1.11 C.



Figura 1.11 Clip para muelles. [8]

1.5 ACERO PARA MUELLES

El requisito básico de un acero para muelles es que tenga suficiente templabilidad en relación con el grosor de la hoja para garantizar una estructura completamente martensítica en toda la sección transversal. Los productos de transformación no martensíticos restan valor a las propiedades de fatiga. Los resortes de hoja del chasis para automóviles se han fabricado con diversos aceros de aleación de grano fino, como los grados 9260, 4068, 4161, 6150, 8660, 5160 y 51B60.

En los Estados Unidos, casi todas las ballestas o muelles se fabrican actualmente con aceros al cromo como 5160 o 51B60, o sus equivalentes H. Con 5160, la composición química se especifica como una variable independiente (mientras que la templabilidad del acero es una variable dependiente que variará con la composición); 5160H es esencialmente el mismo acero, excepto que la capacidad de endurecimiento se especifica como una variable independiente (mientras que la composición es una variable dependiente que puede ajustarse para cumplir el requisito de banda de endurecimiento).

En términos generales, es necesario un mayor contenido de aleación para garantizar una templabilidad adecuada cuando se utilizan secciones de hojas más gruesas. Al considerar un grado de acero, se recomienda que la capacidad de endurecimiento se calcule a partir de la composición química o (para los diversos aceros H) se determine a partir de los gráficos de bandas de capacidad de endurecimiento con ayuda de las "Curvas de templabilidad". La siguiente regla empírica puede ser útil para correlacionar tamaño de sección y grado de acero:

Máxima se	Acero	
mm	in.	
8.2	0.323	5160
15.9	0.625	5160H
36.6	1.440	51B60H

Tabla 1.5 Máxima sección de espesor. [6]

1.5.1 PROPIEDADES MECÁNICAS. [6]

Los aceros de la misma dureza en la condición martensítica templada tienen aproximadamente el mismo rendimiento y resistencia a la tensión. La ductilidad, medida por elongación y reducción del área, es inversamente proporcional a la dureza. Según la experiencia, las propiedades mecánicas óptimas para las aplicaciones de muelles de hoja se obtienen dentro del rango de dureza de 388 a
461 HB. Este rango contiene los seis números de dureza Brinell estándar 388, 401, 415, 429, 444 y 461 (que corresponden a los diámetros de muesca de bola 3.10, 3.05, 3.00, 295, 2.90 y 2.85 mm obtenidos con una carga aplicada de 3000 kg) Una especificación para muelles generalmente consta de un rango cubierto por cuatro de estos números de dureza, como 415 a 461 HB (para secciones delgadas). Las propiedades mecánicas típicas del acero para muelles de hojas son las siguientes:

Resistencia a la tensión MPa (kpsi)	1310-1690 (190-245)
Resistencia a la fluencia MPa (kpsi)	1170-1550 (170-225)
Elongación %	7 mínimo
Reducción en el área, %	25 mínimo
Dureza	42-49 HRC, o 338-461 HB

Tabla 1.6 Propiedades mecánicas típicas del acero para muelles. [6]

1.5.2 PRETENSADO MECÁNICO [6]

El pre-ajuste, shot peening y stress peening a temperatura ambiente produce grandes aumentos en la durabilidad de la fatiga sin aumentar el tamaño del muelle. Estos métodos de pretensado son más efectivos para aumentar las propiedades de fatiga de un resorte que los cambios en el material.

Cuando se aplica una carga a un resorte de hoja, las capas superficiales están sometidas al máximo esfuerzo de flexión. Una de las superficies de la hoja está en tensión, y la otra superficie está en compresión. Las superficies que son cóncavas en la posición libre son generalmente superficies de tensión bajo carga, mientras que las superficies convexas generalmente están en compresión. Las fallas de fatiga de las hojas comienzan en o cerca de la superficie en el lado de la tensión. Debido a que los esfuerzos residuales son algebraicamente aditivos a los esfuerzos de carga, la introducción de esfuerzos residuales de compresión en la superficie de tensión mediante pretensado reduce el nivel de esfuerzo operativa, aumentando así la vida útil de fatiga.

El pre-ajuste (también conocido como ajuste en frío, nivelado, fraguado, raspado) produce esfuerzos residuales de compresión en la superficie de tensión y

esfuerzos residuales de tensión en la superficie de compresión forzando a las hojas a ceder o tomar un conjunto permanente en la dirección de carga de servicio posterior. Aunque esta operación es beneficiosa para la vida de fatiga, su efecto principal es la reducción de perdida de carga en servicio.

El shot peening introduce esfuerzos residuales de compresión al someter el lado de tensión de cada hoja individual a una corriente de disparo de alta velocidad. El Manual SAE sobre Shot Peening, HS-84, trata sobre el control de variables de proceso, mientras que las técnicas para controlar la efectividad y calidad del peening se explican en "Procedures for Using Standard Shot Peening Test Strip, SAE J443". La intensidad del shot peening aplicado a muelles ligeros y de peso medio generalmente está en el rango de 0.010 a 0.020 in (0.25 a 0.50 mm) medido por la Almen "A".

Para muelles pesados y muelles de una sola hoja la intensidad suele ser de 0,006 a 0,014 in (0,15 a 0,35 mm), medida por "C" de Almen. La cobertura en ambos casos debe ser de al menos 90%.

El Stress peening (strain peening) es un medio para introducir esfuerzos residuales de compresión más altos que los que son posibles con el shot peening con la hoja en la posición libre (descargada).

La curvatura de un resorte de hoja se modificará mediante pretensado mecánico. La magnitud de los cambios debidos al shot peening y al pre-ajuste se puede calcular utilizando las fórmulas dadas en el Informe SAE J788a. Los patrones de esfuerzo inducidos por estos procesos se comparan esquemáticamente en la figura 1.12. Los efectos del pre-ajuste y el shot peening son acumulativos hasta cierto punto, pero los resultados pueden estar influenciados por la secuencia de operaciones.



Figura 1.12 Patrones de esfuerzo beneficiosos inducidos por el pre-ajuste y peening. [6]

1.5.3 ACABADOS SUPERFICIALES Y RECUBRIMIENTOS PROTECTORES [6]

El acabado superficial se define como la condición superficial de las hojas de los muelles después de que el acero se ha formado y tratado térmicamente, y antes de cualquier tratamiento de recubrimiento posterior. Normalmente, las hojas de muelles automotrices se les aplica un tratamiento térmico o un shot-peened.

Un acabado tratado térmicamente será un óxido compacto producido por las operaciones de templado y exhibirá una apariencia azul o azul-negro. Un acabado de shot-peened es el resultado de eliminar el color azul o azul-negro por la operación de peening y se caracteriza por una apariencia de brillo mate.

Una capa protectora es un material agregado a las superficies de las hojas individuales o a las áreas expuestas de los conjuntos de hojas. Su objetivo principal es evitar la corrosión tanto en el almacenamiento como en entornos operativos. Todas las superficies expuestas a revestir deben estar libres de incrustaciones y suciedad. Las superficies a las que se aplicó un shot-peened deben recubrirse lo antes posible para evitar la formación de corrosión. Es importante que se aplique una capa envolvente. Un área desprotegida o una rotura en el recubrimiento pueden contribuir a la corrosión localizada y a una reducción de la vida de fatiga. Antes de especificar un recubrimiento, ya sea de grasa, aceite, pintura o plástico,

se deben evaluar los efectos que su aplicación pueda tener sobre la vida de fatiga del acero para muelles. El espesor y las características de adhesión del recubrimiento deben estar dentro de las tolerancias que se han establecido para el tipo de material que se utiliza a fin de proporcionar una protección anticorrosiva adecuada y garantizar un rendimiento satisfactorio.

1.6 REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

El diseño y el análisis de un muelle de perfil parabólico para un camión de carga representa un reto considerable para los ingenieros debido a su geometría compleja y su capacidad de carga. En la actualidad hay diferentes estudios sobre el análisis y diseño de muelles de hojas, es de gran importancia tener conocimiento de ellos, para así tener un mayor panorama de conocimiento del tema de lo que se está haciendo en la actualidad.

Mahmood M. Shokrieh [9] en 2003 analizó un muelle de cuatro hojas utilizado en el sistema de suspensión trasera para un vehículo ligero, el cual se analizó con ANSYS V5.4 donde se compararon sus resultados con un análisis analítico y experimental. En este trabajo también se hace una comparación entre muelles de acero y con un compuesto de fibra de vidrio con resina epoxi en ANSYS. Como resultado de su comparación con el resorte de acero, el resorte compuesto optimizado tiene esfuerzos mucho más bajos, la frecuencia natural es más alta y el peso del resorte es casi un 80% más bajo.

Otro trabajo importante de citar es el publicado por Stephan Krall [10] mismo que trata del comportamiento dinámico de los muelles de hoja fabricados en CFRP (polímeros reforzados con fibra de carbono). El análisis modal experimental se utilizó para la investigación. Se aplicaron dos métodos diferentes (ensayo de impacto y ensayo de agitador) para la excitación de las partes. Un muelle estándar de acero se utilizó como referencia, posteriormente comparó tres muelles de compuestos diferentes, investigó la adecuación del cálculo analítico de la teoría de viga de Euler - Bernoulli y comparó con resultados experimentales. Los resultados que obtuvo se muestran en la figura 1.13, donde llega a la conclusión que la mejor solución para determinar las propiedades del material y las características dinámicas, particularmente para estructuras de peso ligero, como los cuerpos de muelle de hoja, es una excitación por un impulso. Otro aspecto importante a

resaltar en esta investigación, es que el cálculo analítico muestra que los muelles de CFRP pueden ser calculados como un cuerpo homogéneo con un módulo de Young constante, que proporciona una buena aproximación; y que la optimización en la construcción de estructuras compuestas simples se puede hacer usando la teoría de viga de Euler - Bernoulli.



Figura 1.13 Comparación de los ensayos del agitador y del impacto.

Por otro lado, Basaran Ozmen [11] en su trabajo titulado "A novel methodology with testing and simulation for the durability of leaf springs based on measured load collectives" presentó un nuevo método de ensayo y simulación para la durabilidad de muelles de hojas. Consideró espectros de carga, que contienen la carga de amplitud variable para determinar la vida útil de fatiga, los cuales fueron medidos a partir de diferentes vehículos en una pista de ensayo de una carretera rugosa. Posteriormente, generó espectros acelerados para la prueba y utilizó unos bancos de ensayo de fatiga. También realizó cálculos con el Método de Elemento Finito (MEF) y el método MBS generando una plataforma de prueba virtual.

El trabajo de J.P. Hou [12] presenta pruebas estáticas y un análisis de elemento finito (MEF), aquí se analizó el comportamiento de tres diseños de ojos de muelles; el primer diseño presenta una falla de deslaminación en la interfaz de las fibras que han pasado alrededor del ojo y el cuerpo del muelle (ver figura 1.14), los resultados del MEF confirmaron que existe una alta concentración de esfuerzo de corte interlaminar en esa región. El segundo diseño usó un recubrimiento

transversal adicional alrededor de la región propensa a la deslaminación (ver figura 1.15). La deslaminación fue contenida pero no completamente. El tercer diseño superó el problema al terminar las fibras al final de la sección del ojo (ver figura 1.16).



Figura 1.14 Primer diseño.



Figura 1.15 Segundo diseño.



Figura 1.16 Tercer diseño.

Hiroyuki Sugiyama [13] hizo las siguientes tres contribuciones específicas a la literatura sobre muelles: la primera contribución es el desarrollo de una nueva formulación elástica no lineal que se puede utilizar para modelar muelles. Esta formulación permite obtener un modelo de orden reducido que incluye todas las modalidades de deformación significativas. La segunda contribución es el

desarrollo de un procedimiento para determinar la configuración inicial pretensada del muelle, y la tercera contribución es la implementación informática de los métodos propuestos y el desarrollo de un modelo detallado de vehículo basado en la formulación de resorte de hoja no lineal presentado en esta investigación.

Murathan Soner [14] trabajó en la optimización de un muelle parabólico de 5 hojas a 4 hojas, las mejoras del diseño se fundamentaron en la geometría y el análisis del elemento finito no lineal con respecto a las condiciones frontera del muelle. El trabajo se basó principalmente en pruebas experimentales donde el muelle de 5 hojas se sometió a fatiga, se realizaron 6 pruebas con el material 51CrMoV4 donde se presentó la rotura cercana a los 170000 ciclos. Estos resultados se compararon con el muelle de 4 hojas. Esta investigación demuestra que con una buena implementación del método del elemento finito se puede lograr diseños óptimos, también hacer prototipos virtuales y así reducir costos de diseño, ya que como es sabido un diseño clásico requiere de mucho tiempo y requiere de un presupuesto significativo.

Ahmet Kanbolat [15] presentó la optimización de un muelle parabólico en conjunto con Murathan Soner. En este trabajo se desarrolló una nueva metodología más precisa con ayuda del método del elemento finito no lineal donde toman en consideración los parámetros de producción, tolerancias geométricas y las variaciones en las características del material.

Bartosz Kadziela [16] presentó un enfoque multi-cuerpo para el modelado de muelles de hojas que puede ser utilizado para simulaciones completas de vehículos. Investigó dos configuraciones diferentes de muelles. La primera configuración es un montaje real de una suspensión de muelle de hoja con grillete en un vehículo. En la segunda configuración se elimina el grillete, el muelle es montado en cojinetes lineales. Ambas configuraciones fueron modeladas en el software LMS Virtual.Lab Motion y probado experimentalmente. Los resultados de la investigación demostraron que el modelo desarrollado reproduce correctamente el comportamiento del muelle para las simulaciones dinámicas, con una mejor convergencia para la configuración sin grillete. En esta investigación demostraron que el enfoque presentado puede ser usados para el modelado adecuado del comportamiento del muelle, y este tipo de modelos pueden ser utilizados de manera efectiva en simulaciones completas de vehículos.

En estudios posteriores se tiene lo hecho por Akram Atig [17] en su trabajo presentó un enfoque de diseño probabilístico para predecir el comportamiento de fatiga de altos ciclos de un único muelle parabólico asimétrico. Este enfoque utiliza el criterio de fatiga de Gerber. El enfoque sugerido es utilizado para evaluar la fiabilidad de fatiga de un único resorte parabólico asimétrico con incertidumbres asociadas con sus parámetros de diseño. Otro trabajo reciente es el publicado por M. Karthikeyan [18] diseñó un muelle parabólico para un vehículo ligero utilizando ANSYS 14.5. Sus resultados mostraron que el muelle diseñado es más ligero que un muelle tradicional, también en este trabajo se hizo notar que un muelle parabólico es mejor que un muelle convencional. Los resultados obtenidos de diversos análisis como el análisis estructural estático y el análisis dinámico, han demostrado que el muelle parabólico tiene menos esfuerzos y una mejor capacidad de carga que el muelle convencional. Mejorando la calidad de viaje y el confort de marcha para los pasajeros. Por lo tanto, concluye que el muelle parabólico de múltiples hojas es un reemplazo eficaz para los resortes de acero existentes en los vehículos.

CAPÍTULO 2: MODELACIÓN Y ANÁLISIS POR EL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO.

2.1 MODELACIÓN 3D DEL MUELLE PARABÓLICO DE TRES HOJAS SIMÉTRICAS.

El muelle parabólico propuesto para este trabajo está compuesto por tres hojas simétricas cada una seccionada en tres, como se muestra en la figura 2.1. La sección central es la que sirve como apoyo al eje donde se fija con el muelle. Esta sección está completamente fija y no sufre ninguna deformación en operación. Para facilitar el análisis del muelle se tomó la consideración de que tanto la sección uno y la sección tres (figura 2.1) sufren las mismas condiciones de operación (esfuerzo y deformación) y su geometría es igual tanto de la sección 1 y 3. Por lo tanto, solo se modela una sección (1 o 3), y se le aplicaron las condiciones frontera de operación de trabajo máximo o carga máxima.

En la figura 2.1 se muestra como está constituido el muelle y sus dimensiones.



Figura 2.1 Muelle parabólico completo.

Con base en las dimensiones obtenidas de un nuevo diseño propuesto de perfil parabólico, el modelo del muelle se creó con el software de modelado 3-D SolidWorks 2017. Este modelo se usó para realizar el análisis estático estructural y el análisis dinámico en ANSYS 18.1.

El procedimiento que se utilizó para modelar la sección del muelle parabólico se describe a continuación:

Se utilizó el método divisional de generación para crear las tres hojas parabólicas que conforman al muelle propuesto.

Se crea el boceto del muelle. Debido a que el muelle tiene una geometría complicada dado a su perfil parabólico y su curvatura, se toma la decisión de hacer su curvatura que tendrá el muelle, posterior a esto se divide la curvatura en 25 puntos, los cuales serán la referencia para crear la parábola del muelle; esto se repite para las dos hojas siguientes como se muestra en la figura 2.2.



Figura 2.2 Croquis del muelle parabólico.

Se extruye por separado cada hoja creada en el croquis. Para así crear la hoja 1, hoja 2 y hoja 3. Como se muestran en las figuras siguientes.



Figura 2.3 Hoja 1 en voladizo.



Figura 2.4 Hoja 2 en voladizo.



Figura 2.5 Hoja 3 en voladizo.

Se hace el ensamble de las tres hojas para crear el modelo del muelle parabólico en voladizo 3D. Como se muestra en la figura 2.6. En la figura 2.7 se modelo el muelle parabólico completo.



Figura 2.6 Muelle parabólico en voladizo



Figura 2.7 Muelle parabólico

2.2 ANÁLISIS ESTÁTICO ESTRUCTURAL.

Un análisis estático estructural es fundamental para el diseño de elementos mecánicos, dado que esto aporta que los elementos estén funcionando de forma segura sin falla estructural. Las fallas que se pueden encontrar en este tipo de análisis, son las deformaciones o deflexiones excesivas y esfuerzos que exceda el valor de la resistencia a la fluencia del material utilizado.

Una falla estática se lleva a cabo bajo condiciones de carga estática, la falla del material puede ocurrir cuando en una estructura su esfuerzo este más allá del límite elástico. Hay dos tipos de fallas de material por carga estática, a saber, falla dúctil y falla frágil. La principal diferencia entre los dos tipos de falla, es la cantidad de deformación plástica que experimenta un material antes de la fractura. Como se ilustra en la figura 2.8, los materiales dúctiles tienden a tener una gran deformación plástica antes de la fractura, mientras que los materiales frágiles probablemente no experimenten deformación plástica aparente antes de la fractura.



Figura 2.8 Curvas de esfuerzo-deformación para materiales frágiles y dúctiles.

De igual forma, se debe tener en cuenta la teoría de energía de distorsión (criterio de Von-Mises), la falla dúctil se produce cuando el esfuerzo máximo de Von-Mises σ_e^{max} excede la resistencia a la fluencia del material S_y . Aplicando un factor de seguridad *n* al diseño, la ecuación de diseño se convierte en:

$$\sigma_e^{max} < \frac{S_y}{n}$$

En esta sección se realizó el análisis estático estructural del muelle diseñado con el programa especializado ANSYS 18.1, que es de gran utilidad para este tipo de análisis. Estos resultados se compararon con un análisis analítico para verificar la validez de este análisis.

> MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO USANDO ANSYS WORKBENCH.

El modelo 3D generado anteriormente del muelle de hojas parabólicas en voladizo, se importa en ANSYS Workbench, después de esto se proporcionan todas las condiciones frontera que el muelle en cuestión tendrá en operación. El análisis se compone de tres etapas básicas del MEF, es decir, el pre-procesamiento, solución y post-procesamiento. El Pre-Procesamiento incluye la definición de datos del material, definición de contacto, mallado y aplicación de condiciones de frontera (cargas y restricciones). La solución es la selección adecuada del método a resolver. Después, los resultados de la solución se muestran en el postprocesamiento que incluye el esfuerzo equivalente de Von Mises y el desplazamiento máximo.

> DEFINICIÓN DE CONTACTOS

La definición de contacto es el siguiente paso que se sigue después de la definición del material, es de gran relevancia ya que de esto depende que converge la simulación y se obtengan resultados satisfactorios. ANSYS Workbench genera contactos entre dos entidades al importar el archivo CAD, siempre que se detecte un contacto entre ellos. ANSYS detecta automáticamente un contacto de tipo ligado que tiene cero grados de libertad y se comporta como una junta soldada (Bonded). En el estudio actual, en lugar del tipo de contacto de Bonded se utiliza frictional contact con un coeficiente de fricción de 0.05 entre hojas, este coeficiente se coloca para facilitar el análisis y su convergencia. Este valor no representa cambios en el análisis ya que en este trabajo se desprecia la fricción entre hojas del muelle.

> MALLA

El mallado se ha hecho seleccionando correctamente el tipo de elemento, la relevancia, el refinamiento y el control del tamaño. En la figura 2.9 y en la tabla 2.1, se muestra una vista de la malla y los detalles de la misma, respectivamente.



Figura 2.9 Malla 3D.



Tipo de elemento	Tetraedros

Número de elementos	27944
Número de nodos	4662

> CONDICIONES DE FRONTERA

Las condiciones de frontera incluyen carga y restricciones en forma de fuerza, soportes y otras condiciones para llevar a cabo el análisis. La aplicación de la condición de frontera es uno de los pasos más críticos en la etapa de preprocesamiento para realizar el análisis MEF. En el estudio actual, el muelle está modelado en voladizo para mejorar el análisis. La carga total se divide en dos, se aplica en la parte final del muelle y el soporte fijo se aplica en la parte media del muelle completo. Las condiciones de frontera aplicadas al modelo se pueden ver en la figura 2.10.



Figura 2.10 Condiciones de frontera

RESULTADOS DEL ANÁLISIS DEL ESFUERZO DE VON-MISES Y DEFORMACIÓN EN ANSYS

La solución obtenida del análisis realizado, se observa en las siguientes figuras donde se obtuvieron la deformación y el esfuerzo de Von-Mises respectivamente. Los resultados para la deformación se dan en pulgadas dando una deformación máxima de 2.9831 in y para el esfuerzo de Von-Mises se tiene un valor máximo de 89.153 kpsi. Como se puede observar la deformación estática su valor esta cercano al valor de 3 in que es el sugerido en la tabla 1.3, por lo cual se considera aceptable y por otro lado el esfuerzo se encuentra muy por debajo de su resistencia a la fluencia.



Figura 2.11 Deformación total



Figura 2.12 Esfuerzo de Von-Mises

2.3 ANÁLISIS DE FATIGA Y DETERMINACIÓN DE VIDA ÚTIL

Estructuras como puentes, aeronaves, vehículos y componentes de máquinas pueden fallar de muchas formas diferentes. Una estructura sobrecargada puede experimentar deformación permanente, lo que puede llevar a una función comprometida o al fallo de toda la estructura. Cuando se somete a millones de pequeñas cargas repetidas, una estructura puede tener un crecimiento lento de grietas superficiales que pueden causar la degradación de la resistencia del material y una falla repentina. Cuando una estructura delgada se carga en compresión o tensión, puede sufrir una gran deformación inesperada y perder su

capacidad de transportar cargas. El análisis de fallas juega un papel importante para mejorar la seguridad y confiabilidad de una estructura de ingeniería. En esta parte, se realiza el análisis de falla estructural del muelle diseñado usando ANSYS 18.1 Workbench.

FALLA POR FATIGA:

En condiciones de carga dinámicas o cíclicas, la fatiga puede ocurrir a niveles de esfuerzo que son considerablemente más bajos que el rendimiento o las resistencias finales del material. Las fallas de fatiga a menudo son repentinas sin advertencia previa y pueden conducir a resultados catastróficos. A continuación, se revisan las teorías relacionadas con la falla por fatiga.

El diseño de componentes sometidos a carga cíclica implica el concepto de esfuerzos medios y alternantes (consulte la figura 2.13 para ver una ilustración de un ciclo típico de fatiga). El esfuerzo medio, σ_m , es el promedio de los esfuerzos máximos y mínimos en un ciclo, es decir, $\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$. El esfuerzo alterno, σ_a , es la mitad del rango del esfuerzo en un ciclo, es decir, $\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$. Para la mayoría de los materiales, existe un límite de fatiga y se considera que las piezas que tienen niveles de esfuerzos por debajo de este límite tienen una vida de fatiga infinita. El límite de fatiga también se conoce como el límite de resistencia, S_e .



Figura 2.13 Ciclo típico de esfuerzo por fatiga.

A continuación, se presentan tres teorías de fallas por fatiga de uso común, los criterios de falla de Soderberg, Goodman y Gerber.

CRITERIO DE FALLA DE SODERBERG [19]:

Esta teoría establece que la estructura es segura si:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} < \frac{1}{n}$$

Este es un criterio conservador basado en el límite elástico del material S_y (figura 2.14).

CRITERIO DE FALLA DE GOODMAN [19]:

Esta teoría establece que la estructura es segura si

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} < \frac{1}{n}$$

Este es un criterio menos conservador basado en la resistencia última del material S_{ut} (figura 2.14).

CRITERIO DE FALLA DE GERBER [19]:

Esta teoría establece que la estructura es segura si

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 < \frac{1}{n}$$

Este es un criterio menos conservador basado en la resistencia máxima del material S_{ut} (figura 2.14).



Figura 2.14 Diagramas de fatiga que muestran varios criterios de falla.

En general, la mayoría de las estructuras fallarán eventualmente después de un cierto número de ciclos de carga repetida. En el análisis de la fatiga, las curvas S-N son ampliamente utilizadas para la estimación de la vida útil, especialmente en situaciones de fatiga de alto ciclo donde la carga cíclica es elástica y la cantidad de ciclos hasta la falla es grande. Una curva S-N (figura 2.15) relaciona el esfuerzo alternante, σ_a , con el número de ciclos hasta la falla, N_f , y se genera a partir de pruebas de fatiga en muestras del material dado.



Figura 2.15 Uso de la curva S-N para la estimación de la vida de fatiga.

La mayoría de las curvas S-N se desarrollan con base al esfuerzo medio igual a cero. Sin embargo, muchas aplicaciones de carga implican un esfuerzo medio distinto de cero. Las teorías de Soderberg, Goodman y Gerber mencionadas anteriormente pueden usarse para estimar los efectos de esfuerzo promedio sobre

la vida de fatiga. Hay que tener en cuenta que hay poca diferencia en las tres teorías cuando el esfuerzo medio σ_m es relativamente pequeño en comparación con el esfuerzo alternante σ_a . [20]

ANÁLISIS DE FATIGA CON ANSYS WORKBENCH:

El análisis se llevó a cabo en el software ANSYS Workbench 18.1, ya que su configuración permite un mejor análisis en sólidos, además de ser más amigable, es decir, las herramientas que se utilizan son más fáciles de manejar.

Un muelle de perfil parabólico que es conformado por tres hojas en voladizo como se muestra en la figura 2.16 se analizó para detectar fallas por fatiga. El muelle está hecho de acero 51CrV4. El extremo con el espesor más grande se fija y el extremo opuesto se le aplica una carga de 2.5 toneladas. Se determina si el muelle sufre falla por fatiga y la vida útil del muelle.



Figura 2.16 Muelle Parabólico en Voladizo.

El procedimiento que se siguió para realizar el análisis de fatiga es el siguiente:

Paso 1: Se inicio con un proyecto en el banco de trabajo ANSYS (figura 2.17)



Figura 2.17 Banco de trabajo de ANSYS.

Paso 2: Se creo un análisis estático estructural (figura 2.18).



Figura 2.18 Análisis estático estructural.

Paso 3: Se exporto la geometría generada en SolidWorks del muelle parabólico en voladizo en el módulo de geometría.

Paso 4. Se proporciono las propiedades mecánicas del material 51CrV4 como también su curva S-N. Como se muestra en la figura 2.19. La curva S-N se obtuvo del trabajo realizado por R. Fragoudakis [21] quien en su obra titulada "Fatigue assessment and failure analysis of shot-peened leaf springs" proporciona la curva característica del material utilizado en este trabajo.

Outline of							- A >	Table										▲ ù X
	A		В	с	D		E			A				в		с		^
1	Contents of Engineering Data	A.	9	8	Source	De	scription	1		Hean Stress (Pa) 🗼			1	Cydes 🗼	Alten	nating Stress (MPa) 💌		
2								2		-1			2	10000	850			
3	S10/V4				彈 C:\\$	м		•					3	1E+05	650			
						Fatigue Dat	ta at zero mean						4	1E+06	500			
- 4	🗞 Structural Steel				😭 Gene	al ASME BPV C	ts from 1998 Lode, Section 8,						5	4E+06	450			~
						Div 2, Table	2 5-110.1	Chart	of Pri	operties Row 10: Alterna	ting St	tress Mean Stress						• # X
	Click here to add a new material																	
									150 -								Mean Stress : -1 [Pa]	-
Descention					_		- 0 5											
repero	Es or Oudrie Row 3: STCHW	_	_		_				100 -									
	A			8		с	DE											
1	Property		V	alue		Unit	😵 🛱				\sim							
2	Material Field Variables		Table					2										
3	🔁 Density	785)			ig m^-3	• • •	Ξ.	0.0									
- 4	Isotropic Elasticity							1 2	00									
5	Derive from	Your	ng's M	odulu	s 💌			1 £ ,										
6	Young's Modulus	3E +	07			osi		5										
7	Poisson's Ratio	0.3						ĮĘ.										
8	Bulk Modulus	1.72	37E+	11		Pa .		l fr	00 -									
9	Shear Modulus	7.95	SSE+	10		Pa	2	Ц°.,										
10	Alternating Stress Mean Stress		Tabul	ar				1 '	50 -									
11	Interpolation	Sem	Log		-				ion -									_
12	Scale	1					1	1										
13	Offset	0				мРа			150 -									-
14	🔀 Tensile Yield Strength	163)			4Pa				4	47	5	ŝ			5	6 65	_
15	🔀 Tensile Ultimate Strength	990				4Pa				-		-	-	Cycles (L	- 			
								1						, (a				

Figura 2.19 Engineering Data.

Paso 5. Se selecciono el módulo estático estructural para iniciar el análisis y se procedió a hacer las configuraciones de la malla, contactos y condiciones de frontera.



Figura 2.20 ANSYS WORKBENCH.

Paso 6: Se genero la malla (figura 2.21).



Figura 2.21 Generación de Malla.

Paso 7: Se configuro el tipo de contacto entre hojas (figura 2.22).



Figura 2.22 Tipo de Contacto

Paso 8: Aplicar condiciones de frontera (figura 2.23).



Figura 2.23 Condiciones de Frontera.

Paso 9: Se le dio solución al análisis estático

Para esto primero, se insertó una deformación total haciendo clic derecho en la solución (D6) en el contorno del proyecto.

Luego, se insertó el esfuerzo equivalente (Von-Mises) haciendo clic derecho en la Solución (D6) en el Contorno del proyecto.

Paso 10: Solución de análisis de fatiga

Se inserta el módulo de fatigue tool haciendo clic con el botón derecho en Solución (D6) en el esquema y seleccionando insert -> fatigue -> fatigue tool. En los Detalles de la "Herramienta de fatiga", se establece la teoría Goodman. Se Tiene en cuenta que el tipo de carga predeterminada es la carga de amplitud constante completamente invertida, y que el tipo de análisis predeterminado es del tipo vida-esfuerzo usando los cálculos de esfuerzo de Von-Mises (ver figura 2.24), se inserta safety factor y life haciendo clic con el botón derecho en fatigue tool en el esquema y se selecciona insert -> safety factor y insert -> life.

3				D : Cop	y of Copy of Sta	atic Structural	- Mechanical [ANSYS Mec	hanical Enterprise]		- 8 ×
F	ile Edit View Units T	ools Help 🛛 🗔 🛃 📑	😸 Si	live 💌 ?/Show Err	iors 🛍 👪 🕅	- 🔬 🔊	Worksheet is 🗞			
	P for NY 5 - 10	n n n n n 3.	í.		0 00 0	110 (1) (21	8 .			1
	Show vertices Mg Clo	se venices 5. re-ouz (Auto Scali	e)	• Gywirename	-Bonow Wiesh	Kandom	Services (+ 6→ é→ 💙		
•	→ Size ▼ 🦉 Location ▼	Convert • C Miscellaneou	15 ¥	C Tolerances						
100	t O⊷Reset Explode Fa	ctor: J	- A	sembly Center	 Edge Co 	loring 🕶 🄏 🗠	K- K- K- K- K	Thicken		
Fa	tigue Tool Contour F	lesults 🔻 卷 Graph Results 🔻								
Ou	rtline		ą	Worksheet						\$
E	iter: Name 💌						Constant	Amplitude Load		
1 F	बे 🔄 🎶 🖽 🔬 👭						Fully	Reversed		
	Fixed Su Fixed Su	sport (D6) al Deformation al Deformation avalent Stress igue Tool 9 Safety Pactor 9 Life	<	1.5 0.8 0. -0.8	$ \land $					
<		>		-1.5						
De	tails of "Fatigue Too	d"	ą							
	Materials		^				Mean Stress	Correction Theory		
	Fatigue Strength Factor (K	η 1.						,		
	Loading				SN-None		Goodman	Soderbe	sa Gerber	
	Type	Fully Reversed								
	Scale Pactor	1.		Endurance						
	Display Time	End Time								
E e é	Options	Constant Constant			_					
	Anabsis Type	Stress Life								
	Mean Stress Theory	Goodman								
	Stress Component	Equivalent (von-Mises)						0	Yield	Ultimate
- i	Results input (Beta)	Stress								
8	Life Units									
	Units Name	cycles								
	1 cycle is equal to	1. cycles	v	Graphics Work	sheet					
					ø	2 Messages	No Selection		U.S. Customary (in, Ibm, Ibf, s, V,	A) Degrees rad/s Fat //

Figura 2.24 Configuración de Fatigue tool.

Finalmente se da solución al análisis con el botón derecho en Solución (D6) y se selecciona Solver. Como se muestra en las figuras 2.25 y 2.26, donde se obtiene el factor de seguridad y la vida finita o vida útil respectivamente. Como se puede observar en la figura 2.25 el muelle diseñado se encuentra en la sección de vida finita dado que se obtuvo un valor de 0.73, esto es menor a 1, por lo tanto hace necesario realizar un análisis para conocer su vida útil como se muestra en la figura 2.26, donde se obtiene una vida mínima de 1.6326e5 ciclos.



Figura 2.25 Factor de seguridad.



Figura 2.26 Vida útil.

2.4 ANÁLISIS MODAL CON ANSYS.

La vibración y la dinámica son temas fundamentales para el diseño de elementos mecánicos. Pueden surgir problemas peligrosos cuando un elemento se encuentre en resonancia, lo anterior implica que una estructura no está diseñada cuidadosamente. La simulación juega un papel importante para comprender el comportamiento dinámico de una estructura. A través del modelado, las características dinámicas de una estructura se pueden simular y mejorar antes de ponerlas en uso real. Este diseño solo abarca el análisis modal. El análisis modal se propone para estudiar las características de vibración inherentes del muelle diseñado, que incluye:

- Frecuencias naturales.
- Modos normales (formas).

El análisis modal que se realiza en este trabajo, se lleva a cabo en un muelle de hojas parabólicas que consta de tres hojas que es diseñado para un eje trasero de un camión unitario C2. El análisis modal se llevó a cabo con el software ANSYS 18.1, en este trabajo solo se tomaron los primeros cinco modos de vibración, ya que la frecuencia de operación del camión se encuentra muy por debajo de estos modos de vibración. Para validar el análisis numérico se comprueba con un análisis analítico.

La metodología que se sigue es la siguiente:

1. Modelo 3D del muelle parabólico.

El modelado se realizó utilizando el software SOLIDWORKS 2018. El modelo 3D se presenta en la figura 2.27. Es el utilizado en los análisis anteriores.



Figura 2.27 Muelle Parabólico en voladizo.

- 2. Iniciar ANSYS Workbench.
- 3. Crea un análisis modal.
- 4. Definición del material y asignación de propiedades. (figura 2.28)

ANALISIS MODAL 2018 - We									kbench					- 6	×
File Edit View Tools Units Extensions Jobs Help															
🎦 🧭 🛃 🖊 📑 Project 🦪 A2:E	Compared Project # Azéngineering Data														
🍸 Filter Engineering Data 🎬 Engineering Data	1 Filter Engineering Data Sources														
Toolbox 💌 🖡 🗶	Outine	of Schematic A2: Engineering Data						, à X	Table of	Properties Row 8: Isotr	opic Elasticity			*	а×
Field Variables		A		8 C		D	E			A	B				
Physical Properties	1	Contents of Engineering Data	A) 6) Se	urce	Description		1	Temperature (C) 🗦	Bulk Modulus (Pa)	1			
Density	2	Material							2		1.7237E+11				
🚰 Isotropic Secant Coefficient of Thermal E	3	S10rV4		.		C:\SIN			•			1			
Orthotropic Secant Coefficient of Thermai	-	•	- 1		-		Entire of Data at a					1			
Isotropic Instantaneous Coefficient of Tr					_		mean stress come	s from							
Orthotropic Instantaneous Coefficient of	4	Structural Steel	- 8	•) e	Genera	1998 ASME BPV C	ode,							
Constant Damping Coeffident			- 1				-110.1	able 5							
Damping Factor (o)	-	Click here to add a new	- 1		-			_							
Damping Factor (B)	· ·	material													
Linear Elastic	LinearElastic														
🛃 Isotropic Elastidty	ppc Basildy														
Orthotropic Elastidy															
Anisotropic Elastidty			_	_	_	_			Charles		and the state	_			
Plasticity	Propert	es of Outline Row 3: 51ChV4						4 X	Charton	Propercies Row 6: 1900	opic basocity			•	* *
Bilinear Isotropic Hardening		A		В			с	DE	3.0	342 -				Manager 1 March 1	_
Multilinear Isotropic Hardening	1	Property		Value	2		Unit	🐼 🛱						toung's Modulus	-
Bilinear Kinematic Hardening	2	Material Field Variables	т	able					E.						
Multilinear Kinematic Hardening	3	2 Density	7850			ko	n^-3 ¥	81 81	F 23	342 -					_
Chaboche Kinematic Hardening	-	E Sa Tentropic Flasticity				-			1						
Anand Viscoplasticity	-	Derive from	Mariana	de Read		-			1						
E Strength	5	Verne nom	Toung	1 5 M00	al	÷		100	- =	1342					
Orthotropic Stress Limits	0	Delegende Datie	0.2	·		ps	-		P						
Orthotropic Strain Limits	7	Poisson's Kabo	0.3												
Tsai-Wu Constants	8	BUK MODULUS	1.723	/c+11		Pa		1001	u 11	1342 -					_
Puck Constants	9	Shear Modulus	7.955	SE + 10		Pa			≥ `						
Lakcu3/04 Constants															
Custom Material Models									1 10	1342					
Create Custom Model										-1	-0.5	ó		0.5	1
Yew All / Customize												Temperatu	re [C]		
Ready											5	Job Monitor	Show Progr	ess 🌐 Show 1 Messag	ges
											1	_			

Figura 2.28 Propiedades del material 51CrV4.

5. Exporte la geometría generada en SolidWorks al módulo de análisis modal.

- 6. Se selecciona el módulo de Modal para iniciar el análisis modal y posterior mente se procede a generar la malla, contactos y condiciones frontera.
- 7. Configuración el tipo de contacto entre hojas del muelle (figura 2.29).



Figura 2.29 Contacto entre hojas del muelle.

8. Generar malla.

La malla se generó utilizando un refinamiento 60 porciento con lo cual se obtuvo una calidad de malla entre 0.84 y 1 como se muestra en la figura 2.30. El modelo de la malla del muelle se muestra en la figura 2.31. El modelo contiene 27944 nodos y 4662 elementos.



Figura 2.30 Generación de malla.



Figura 2.31 Malla para el análisis modal.

9. Configuración de análisis modal y aplicar las condiciones de frontera

En este trabajo se configuró el análisis para obtener los primeros 5 modos de vibración y se restringió con fixed support como se muestra en la figura siguiente:



Figura 2.32 Condición frontera.

10. Resultado del análisis modal:

Los resultados obtenidos se muestran en las figuras siguientes:



Figura 2.33 Modo 1.



Figura 2.34 Modo 2.



Figura 2.35 Modo 3.



Figura 2.36 Modo 4.



Figura 2.37 Modo 5.

Los resultados de la presente simulación proporcionan la respuesta de los modos de vibración del muelle diseñado. Las frecuencias naturales obtenidas se muestran en la tabla 2.2:

Tabla 2.2 Frequencias haturales obteniuas con ANS 13	Tabla 2.2	Frecuencias	naturales	obtenidas	con ANSYS
--	-----------	-------------	-----------	-----------	-----------

Mada	Frecuencia
IVIOUO	Natural [HZ]
1	47.635
2	192.67
3	473.88
4	906.79
5	1481.8

Los vehículos trabajan en diferentes condiciones de carretera. Una condición importante es la de caminos irregulares. Las carreteras irregulares pueden generar

vibraciones a bajas frecuencias en el sistema de suspensión de un automóvil. Si la excitación creada por la carretera coincide con una de las frecuencias naturales del sistema de suspensión, aparecerá la resonancia. El conocimiento de las frecuencias naturales de las formas de vibración del primer modo es importante. Esta importancia se basa en el hecho de que estas frecuencias tienen una alta probabilidad de excitar un sistema y causar el fenómeno de la resonancia. La resonancia a bajas frecuencias puede liberar una gran cantidad de energía. Esta energía origina la aparición de ruido, concentración de esfuerzos, fatiga y una reducción significativa del ciclo de vida del muelle.

CAPÍTULO 3: ANÁLISIS ANALÍTICO

3.1 ANÁLISIS ESTÁTICO

El análisis se lleva acabo a un muelle parabólico de 3 hojas de dimensiones iguales, donde se obtiene la deformación total y esfuerzo máximo. Para este análisis se toman 3 consideraciones, las cuales son:

- 1.1 El muelle se considera generalmente como una viga en voladizo. En el cual solo actúa una fuerza vertical en un extremo del muelle y en el extremo opuesto se encuentra fijo.
- 1.2La única fuerza entre las hojas es una fuerza vertical (se desprecia el coeficiente de fricción entre las hojas).
- 1.3 El análisis se basa en la teoría de viga [22].

Los parámetros geométricos del modelo seccionado, sin curvatura del muelle de 3 hojas parabólico se enumeran en la tabla 3.1.

Espesor 1	h2 [m]	0.02862 (1.127 in)
Espesor 2	h1 [m]	0.01267 (0.499 in)
Longitud media	L [m]	0.762 (30 in)
Ancho	b [m]	0.0762 (3 in)
Longitud parbolic	l_1 [m]	0.61259 (24.118 in)
Longitud Uniform	l_2 [m]	0.1494 (5.882 in)

Tabla 3.1. Parámetros geométricos del muelle.

La parábola se dimensionó como sigue:

- Para el dimensionamiento se considera que el muelle se comporta como una viga en voladizo y el esfuerzo es uniforme a lo largo de la viga, por lo tanto, es una viga de ancho constante y espesor variable.
- > El esfuerzo máximo será igual al esfuerzo permisible, como sigue:

$$\sigma_{perm} = \frac{6Fx}{bh_x^2} \tag{A}$$

Donde h_x es el espesor a una distancia x, b el ancho y F la fuerza.

Despejando el espesor se tiene:

$$h_x = \sqrt{\frac{6Fx}{b\sigma_{perm}}} \tag{B}$$

> En el extremo fijo de la viga x = L, el espesor es igual a h_2 , por lo tanto, en este punto el esfuerzo permisible es:

$$\sigma_{perm} = \frac{6FL}{bh_2^2} \tag{C}$$

> Sustituyendo la ecuación (C) en la ecuación B, se tiene:

$$h_{\chi} = \sqrt{\frac{6F\chi}{b\left[\frac{6FL}{bh_2^2}\right]}} \tag{D}$$

> Despejando la ecuación (D) se tiene:

$$h_x = h_2 \sqrt{\frac{x}{L}}$$
(E)

Donde L es la longitud total de la viga. Por consiguiente, se obtiene la ecuación para dimensionar la parábola de la viga para el muelle.

$$h_x = h_2 \sqrt{\frac{x}{24.118}}$$
 0 < x < 24.118 (F)

En la Figura 3.1 se muestra el muelle parabólico.



Figura 3.1 Muelle Parabólico de 3 hojas.

3.1.1 DEFLEXIÓN:

El análisis de deflexión para muelles parabólicos, su cálculo no se puede hacer con la teoría de viga con espesor constante y ancho contante, esto es porque el muelle parabólico es de espesor variable, dado esto surge la necesidad de desarrollar la ecuación. Para dicho análisis se resuelve las ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión de las vigas. La primera ecuación es la ecuación del momento flexionante (ecuación 1). Como la ecuación 1 es de segundo orden, se integra dos veces para así obtener la deformación total del muelle diseñado. La primera produce la pendiente y' = dy/dx y la segunda produce la deformación y.

$$EIy''(x) = Fx$$

(1)

La ecuación se desarrolla seccionando el muelle en dos secciones A-B, B-C como se muestra en la figura 3.2.



Figura 3.2 Muelle parabólico en voladizo.

Para la sección A-B se tiene la siguiente ecuación:

$$EI(x_1)y_1''(x_1) = Fx_1$$
 (2)
Donde:

$$I(x_1) = I_0(\frac{x_1}{l})^{\frac{3}{2}}$$

y

$$I_0 = \frac{bh_0^3}{12}$$

Sustituyendo $I(x_1)$ en la ecuación 2 se obtiene lo siguiente:

$$EI_0 y_1''(x_1) = \frac{Fl^{\frac{3}{2}}}{x_1^{\frac{1}{2}}}$$
(3)

Integrando la ecuación 3 se obtiene:

$$EI_0 y_1'(x_1) = 2Fl^{\frac{3}{2}} x_1^{\frac{1}{2}} + C_1$$
(4)

El resultado anterior, es la ecuación característica de la pendiente de la curva del muelle parabólico. Integrando la ecuación 4 se obtendrá la deformación de la sección A-B, como sigue:

$$EI_0 y_1(x_1) = \frac{4}{3} F l^{\frac{3}{2}} x_1^{\frac{3}{2}} + C_1 x_1 + D_1$$
(5)

Para la sección B-C se tiene la siguiente ecuación:

$$EI_2 y_2''(x_2) = F x_2 (6)$$

La ecuación 6 se integra dos veces para obtener la pendiente y la deflexión en esta sección como sigue:

$$EI_2 y_2'(x_2) = \frac{1}{2} F x_2^2 + C_2 \tag{7}$$

$$EI_2 y_2(x_2) = \frac{1}{6} F x_2^3 + C_2 x_2 + D_2$$
(8)

Para determinar la deflexión total del muelle parabólico, se toman condiciones frontera que afectan al muelle; para lograr esto se obtuvieron las constantes de integración. Como se muestra a continuación:

1. Cuando en A es fijo la deflexión y la pendiente es cero, por lo tanto:

$$y_1'(l) = y_1(l) = 0$$
 (9)

Las constantes C_1 y D_1 son calculadas tomando las consideraciones anteriores y por las ecuaciones 4 y 5, que da como resultado los siguientes valores:

$$C_1 = -2Fl^2 \tag{10}$$

$$D_1 = \frac{2}{3}Fl^3$$
(11)

2. En el punto B se considera que tanto la deflexión y_1 y y_2 en ese punto es igual, por lo tanto:

$$y_1'(l_2) = y_2'(l_2) \tag{12}$$

$$y_1(l_2) = y_3(l_2) \tag{13}$$

Teniendo en cuenta esta consideración se obtiene el valor de C_2 y D_2 . Para C_2 se tiene:
$$\frac{2Fl^{\frac{3}{2}}l^{\frac{1}{2}}_{2}+C_{1}}{\mathrm{EI}_{0}} = \frac{\frac{1}{2}Fl^{2}_{2}+C_{2}}{\mathrm{EI}_{2}}$$

Despejando C_2 y sustituyendo el valor de C_1 , se obtiene:

$$C_{2} = \left[\left(2Fl_{2}^{\frac{3}{2}}l_{2}^{\frac{1}{2}} - 2Fl^{2} \right) \left(\frac{l_{2}}{l_{0}} \right) \right] - \frac{1}{2}Fl_{2}^{2}$$
(14)

Para D_2 se tiene:

$$\frac{\frac{4}{3}Fl_{2}^{3}l_{2}^{3}+C_{1}l_{2}+D_{1}}{EI_{0}}=\frac{\frac{1}{6}Fl_{2}^{3}+C_{2}l_{2}+D_{2}}{EI_{2}}$$

Despejando D_2 y sustituyendo el valor de C_1 y D_1 , se obtiene:

$$D_{2} = \left[\left(\frac{4}{3} F l^{\frac{3}{2}} l^{\frac{3}{2}}_{2} - 2F l^{2} l_{2} + \frac{2}{3} F l^{3} \right) \left(\frac{l_{2}}{l_{0}} \right) \right] - \frac{1}{6} F l^{3}_{2} - \left(\left[\left(2F l^{\frac{3}{2}} l^{\frac{1}{2}}_{2} - 2F l^{2} \right) \left(\frac{l_{2}}{l_{0}} \right) \right] - \frac{1}{2} F l^{2}_{2} \right) l_{2}$$

Como $\frac{I_2}{I_0} = \frac{h_2^3}{h_0^3}$, renombramos a $\frac{h_2}{h_0}$ como α , simplificando la ecuación anterior se tiene lo siguiente;

$$D_2 = \frac{1}{3}F\left(-2l^{\frac{3}{2}}l^{\frac{3}{2}}_2\alpha^3 + 2l^3\alpha^3 + l^{\frac{3}{2}}_2\right)$$
(15)

Por último, se tiene la ecuación final para obtener la curva de la deflexión del muelle diseñado para cualquier *x*:

$$EI_{2}y_{2}(x_{2}) = \frac{1}{6}Fx_{2}^{3} + \left(\left[\left(2Fl_{2}^{3}l_{2}^{\frac{1}{2}} - 2Fl^{2}\right)\alpha^{3}\right] - \frac{1}{2}Fl_{2}^{2}\right)x_{2} + \frac{1}{3}F\left(-2l_{2}^{\frac{3}{2}}l_{2}^{\frac{3}{2}}\alpha^{3} + 2l^{3}\alpha^{3} + l_{2}^{3}\right)$$
(16)

Por lo tanto, para la deflexión máxima (x = 0) para el muelle diseñado, es la siguiente:

$$y_2 = \frac{\frac{1}{3}F\left(-2l^{\frac{3}{2}}l^{\frac{3}{2}}\alpha^3 + 2l^3\alpha^3 + l^{\frac{3}{2}}\right)}{EI_2}$$
(17)

Donde:

$$E = 30e^{6} psi$$
$$I_{2} = \frac{nbh_{0}^{3}}{12}$$
$$\alpha = \frac{h_{2}}{h_{0}}$$
$$n = 3$$
$$b = 3 in$$

Índice

l = 30 in

$$l_2 = 5.882 in$$

 $F = 5511.55 \, lbf$

 $h_0 = 1.127 in$

 $h_2 = 0.499 in$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 17 se tiene una deflexión igual a 2.94661 in, comparado este resultado con la deformación en ANSYS (2.9831 in) se nota que la diferencia entre valores es muy pequeña.

3.1.2 ESFUERZO MÁXIMO [20]:

Para determinar el esfuerzo, se puede utilizar la curva esfuerzo-deformación unitaria del material para determinar los esfuerzos a partir de las deformaciones unitarias. Los esfuerzos actúan sobre toda la sección transversal de la viga, y varían en intensidad dependiendo de la forma del diagrama esfuerzo deformación unitaria y de las dimensiones de la sección transversal.

La relación esfuerzo-deformación unitaria más común encontrada en la ingeniería, es la ecuación para un material linealmente elástico. Para esos materiales sustituimos la ley de Hooke para esfuerzo uniaxial ($\sigma = E\epsilon$) para la cual se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\epsilon(x) = -yk(x) = -y\frac{d^2v}{dx^2}$$
(18)

$$\sigma_x = E\epsilon = -\frac{Ey}{\rho} = -Eky \tag{19}$$

Esta ecuación demuestra que los esfuerzos normales que actúan sobre la sección transversal, varían linealmente con la distancia *y* desde la superficie neutra. Esta distribución del esfuerzo se representa en la figura 3.3; para el caso en que el momento flexionante M es positivo y la viga se flexiona con una curvatura positiva. Cuando la curvatura es positiva, los esfuerzos σ_x son negativos (compresión) arriba de la superficie neutra y positivos (tensión) debajo de ella. En la figura los esfuerzos de compresión se indican por flechas que apuntan hacia la sección transversal y los esfuerzos de tensión se indican por flechas que apuntan contrarias a la sección transversal.



Figura 3.3 Esfuerzos normales en una viga de material linealmente elástico [22].

El momento resultante de los esfuerzos normales σ_x , que actúan sobre la sección transversal es igual al momento flexionante *M* (figura 3.3). El elemento de fuerza $\sigma_x dA$ que actúa sobre el elemento de área dA (figura 3.4), lo hace en la dirección positiva del eje *x* cuando σ_x es positivo, y en la dirección negativa cuando σ_x es negativo. Como el elemento dA está ubicado arriba del eje neutro, un esfuerzo positivo σ_x que actúa sobre ese elemento produce un elemento de momento igual a $\sigma_x y dA$. Este elemento de momento actúa en sentido opuesto al momento flexionante positivo *M* que se muestra en la figura 3.3. Por tanto, el momento elemental es

$$dM = -\sigma_x y dA$$



Figura 3.4 Sección transversal de la viga que muestra el eje z como el eje neutro de la sección transversal [22].

La integral de todos estos momentos elementales sobre toda el área de la sección transversal A debe ser igual al momento flexionante:

$$M = -\int \sigma_x y dA \tag{21}$$

o, al sustituir σ_x en la ecuación (19),

Índice

(20)

$$M = \int kEy^2 dA = kE \int y^2 dA \tag{22}$$

En virtud de que la integral en la ecuación anterior es una propiedad del área de la sección transversal, es conveniente reescribir la ecuación como sigue:

$$M = kEI \tag{23}$$

En donde

$$I = \int y^2 dA \tag{24}$$

Ahora se puede reacomodar la ecuación (23) para expresar la curvatura en términos del momento flexionante en la viga:

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$
(25)

Conocida como la ecuación momento-curvatura.

Al sustituir la expresión para la curvatura (ecuación 25) en la expresión para el esfuerzo σ_x (ecuación 18), obtenemos:

$$\sigma_x = -\frac{My}{l} \tag{26}$$

Donde:

$$I = \frac{nbh^3}{12}$$
$$y = \frac{h}{2}$$

Y la ecuación queda como sigue:

$$\sigma_x = -\frac{6FL}{nbh^2} \tag{27}$$

3.2 ANÁLISIS DE FATIGA Y DETERMINACIÓN DE VIDA ÚTIL

MÉTODOS DE FATIGA-VIDA

Los tres métodos más importantes de fatiga-vida que se usan en el diseño y el análisis: son el método de esfuerzo-vida, el método de deformación-vida y el método de mecánica de la fractura lineal elástica. Con estos métodos se intenta predecir la vida en número de ciclos (N) hasta la falla, para un nivel específico de carga. Por lo general, la vida de $1 \le N \le 10^3$ ciclos se clasifica como fatiga de bajo ciclaje, mientras que la fatiga de alto ciclaje se considera que tiene N $\ge 10^3$.

El método de esfuerzo-vida, que se basa sólo en niveles de esfuerzo, es el enfoque menos exacto, especialmente para aplicaciones de bajo ciclaje. Sin embargo, es

el método más tradicional, puesto que es el más fácil de implementar para una amplia variedad de aplicaciones de diseño, tiene una gran cantidad de datos de soporte y representa de manera adecuada las aplicaciones de alto ciclaje. [20]

Como ya es sabido un análisis analítico con el método del esfuerzo-vida lo que se obtiene no son resultados precisos. Los resultados se toman como una guía, y se comparan con el análisis numérico para así tomar decisiones futuras en el diseño. En esta investigación el análisis por fatiga se realizó con el método de esfuerzovida como se muestra a continuación:

Paso 1: Resistencia a la fatiga (S_e). De acuerdo a las propiedades mecánicas del material 51CrV4 que se muestran en la tabla 3.2, se determina su límite de resistencia a la fatiga como sigue:

Dureza [HRC]	49.1
Resistencia ultima [MPa]	1631.2 (236.41 kpsi)
Resistencia a la tensión de	995 (144.31 kpsi)
fluencia [MPa]	
Elongación, %	7
Reducción de área,	25

Tabla 3.2 Propiedades mecánicas del 51CrV4. [23]

$$S_{e}^{'} = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \le 200 \ kpsi \ (1400 \ MPa) \\ 100 \ kpsi & S_{ut} > 200 \ kpsi \\ 700 \ MPa & S_{ut} > 1400 \ MPa \end{cases}$$

$$S_{ut} = 1630 MPa = 236.41 Kpsi$$

Por lo tanto $S'_e = 100 \ Kpsi$

Paso 2: Se determinan los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga, utilizado la ecuación de Marín como sigue [20]:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e \tag{28}$$

Donde:

 $K_a = factor \ de \ modificación \ por \ la \ condición \ superficial$

 $K_b = factor de modificación por el tamaño$ $K_c = factor de modificación por la carga$ $K_d = factor de modificación por la temperatura$ $K_e = factor de confiabilidad$

 $S_e = l$ ímite de resistencia a la fatiga modificada $S_e' = l$ ímite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria

Para: $K_a = 1$ (por su tratamiento de shot peening)

Para: K_b , se tiene el caso donde se tiene que usar un diámetro equivalente (d_e) , el cual se calcula con la ecuación (29).

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} \tag{29}$$

La ecuación 29 se sustituye en la ecuación 30.

$$K_b = 0.91 * d_e^{-0.157} \tag{30}$$

Sustituyendo valeres, se tiene una $K_b = 0.7759$.

Para: $K_c = 1$ (por que está solo en flexión)

Para: $K_d = 1$ (por que se opera en temperatura ambiente)

Para: $K_e = 0.814$ (Para una confiabilidad de 99%)

Paso 3: Determinación del tipo de esfuerzo al que va estar sometido el muelle. Para este análisis se determina un esfuerzo sinusoidal completamente invertido (figura 3.5). Donde se obtiene los valores del esfuerzo medio (σ_m) y el esfuerzo alternante (σ_a).



Figura 3.5 Esfuerzo sinusoidal completamente invertido

Donde el $\sigma_m = 0$ y $\sigma_a = 86.787$ Kpsi

Paso 4: Para determinar el factor de seguridad se recurrió al criterio de falla de Goodmad modificada donde se aplica la ecuación (31):

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$$
(31)

En el cual se obtuvo un factor de seguridad igual a 0.7277.

Paso 5: Dado que se obtiene un factor de seguridad a bajo de la unidad el elemento analizado se encuentra en la zona finita por lo tanto se debe estimar su vida útil antes de la fractura o falla.

Utilizado las ecuaciones (32), (33) y (34), se determina su número de ciclos a la falla.

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} \tag{32}$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) \tag{33}$$

$$N = \left(\frac{\sigma_{inv}}{a}\right)^{1/b} \tag{34}$$

Donde se obtiene: N = 125692

3.3 ANÁLISIS MODAL

El sistema de suspensión en un camión determina la comodidad de conducción y la cantidad de daños al vehículo. La función principal de una muelle como elemento de suspensión no es solo soportar la carga vertical sino también aislar las vibraciones inducidas por la carretera. Esto hace que el análisis estático y el análisis modal del muelle sea muy esencial para predecir el comportamiento de la fuerza y la vibración.

Debido a su forma parabólica del muelle se hace complicado el análisis modal debido a sus características geométricas para poder resolver este problema se decide aplicar el método de Rayleigh que es ampliamente utilizado para resolver sistemas con distribuciones variables de masa y rigidez. El método Rayleigh [24] consta de derivar expresiones para las energías cinética y potencial máximas, y el cociente de Rayleigh. La energía cinética de la viga se expresa como:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \dot{w^2} dm = \frac{1}{2} \int_0^l \dot{w^2} \rho A(x) dx$$
(35)

La energía cinética máxima se determina suponiendo una variación armónica $w(x,t) = W(x) \cos \omega t$:

$$T_{max} = \frac{\omega^2}{2} \int_0^l \rho A(x) W^2(x) dx$$
(36)

La energía potencial de la viga (V) es igual al trabajo realizado al deformar la viga. Omitiendo el trabajo realizado por las fuerzas cortantes, tenemos:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l M \, d\theta \tag{37}$$

donde M es el momento de flexión y θ es la pendiente de la viga deformada resultado de $\theta = \frac{\delta w}{\delta x}$. Por consiguiente, la ecuación (37) se puede reescribir como:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \left(EI \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right) \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right)^2 dx$$
(38)

Como el valor máximo de w(x, t) es W(x), el valor máximo de V está dado por

$$V_{max} = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) \left(\frac{d^2 W(x)}{dx^2}\right)^2 dx$$
(39)

Igualando T_{max} a V_{max} , se obtiene el cociente de Rayleigh:

$$R(\omega) = \omega^{2} = \frac{\int_{0}^{l} EI(x) \left(\frac{d^{2}W(x)}{dx^{2}}\right)^{2} dx}{\int_{0}^{l} \rho A(x) (W(x))^{2} dx}$$
(40)

Por lo tanto, la frecuencia natural de la viga se puede determinar una vez que se conoce la deflexión W(x).

Igual como se puede observar en la figura 3.2, sus secciones del muelle son consecutivas, por lo tanto, la ecuación (40) se puede escribir de una manera más útil como

$$R(\omega) = \omega^{2} = \frac{\int_{0}^{l_{1}} E_{1}I_{1}(x_{1}) \left(\frac{d^{2}W_{1}(x_{1})}{dx_{1}^{2}}\right)^{2} dx_{1} + \int_{l_{1}}^{l_{2}} E_{2}I_{2}(x_{2}) \left(\frac{d^{2}W_{2}(x_{2})}{dx_{2}^{2}}\right)^{2} dx_{2} + \dots}{\int_{0}^{l_{1}} \rho A_{1}(x_{1}) (W_{1}(x_{1}))^{2} dx_{1} + \int_{l_{1}}^{l_{2}} \rho A_{2}(x_{2}) (W_{2}(x_{2}))^{2} dx_{2} + \dots}$$
(41)

Teniendo en cuenta que $\frac{d^2 W_1(x_1)}{dx_1^2} = y_1''(x_1), W_1(x_1) = y_1(x_1), \frac{d^2 W_2(x_2)}{dx_2^2} = y_2''(x_2)$ y $W_2(x_2) = y_2(x_2)$

El muelle diseñado consta de dos secciones (A-B y B-C); para la primera sección $\frac{d^2W_1(x_1)}{dx_1^2}$ esta en la ecuación (3) y $W_1(x_1)$ esta en la ecuación (5). Para la segunda

sección su $\frac{d^2 W_2(x_2)}{dx_2^2}$ esta en la ecuación (6) y $W_2(x_2)$ esta en la ecuación 16. Sustituyendo la ecuación (3), (5), (6) y (16) en la ecuación 41, se obtiene lo siguiente:

$$R(\omega) = \omega^2 =$$

$$\frac{\int_{0}^{l_{1}} EI_{0}\left(\frac{x_{1}}{l}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Fl^{\frac{3}{2}}}{EI_{0}x_{1}^{\frac{1}{2}}}\right)^{2} dx_{1} + \int_{l_{1}}^{l} EI_{2}\left(\frac{Fx_{2}}{EI_{2}}\right)^{2} dx_{2}}{\int_{0}^{l_{1}} \rho A_{0}\left(\frac{x_{1}}{l}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\frac{4}{3}Fl^{\frac{3}{2}}x_{1}^{\frac{3}{2}} - 2Fl^{2}x_{1} + \frac{2}{3}Fl^{3}}{EI_{0}}\right)^{2} dx_{1} + \int_{l_{1}}^{l} \rho A_{2}\left(\frac{\frac{1}{6}Fx_{2}^{\frac{3}{2}} + \left(\left[\left(2Fl^{\frac{3}{2}}l_{2}^{\frac{1}{2}} - 2Fl^{2}\right)\alpha^{3}\right] - \frac{1}{2}Fl^{2}_{2}\right)x_{2} + \frac{1}{3}F\left(-2l^{\frac{3}{2}}l_{2}^{\frac{3}{2}}\alpha^{3} + 2l^{3}\alpha^{3} + l_{2}^{3}\right)}{EI_{2}}\right)^{2} dx_{2}}{(42)}$$

Simplificando la ecuación (42) se llega al siguiente resultado:

$$R(\omega) = \omega^2 = \frac{E}{\rho l^4} \left(\frac{\frac{0.48055}{l_0} + \frac{0.16014}{l_2}}{0.0267333 \frac{A_0}{l_0^2} + 0.056447 \frac{A_2}{l_0^2}} + 0.0029771 \frac{A_2}{l_2^2} - 0.020927 \frac{A_2}{l_0 l_2}} \right)$$
(43)

Con la ecuación (43) ya se logra obtener la primera frecuencia natural del muelle diseñado.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTÁTICO

Los resultados obtenidos en este trabajo se han dividido en tres (estático, fatiga y modal). Para el análisis estático se comienza probando que tanto la solución analítica como la numérica (MEF) son resultados satisfactorios, ya que solo hay una desviación de 1.23% y 2.73% para la deformación y el esfuerzo máximo, respectivamente.

Los resultados para este análisis se han dividido en:

- Análisis Analítico
- Análisis Numérico (MEF).

Se determinaron los esfuerzos de Von-Mises y la deformación máxima. En la tabla 4.1 se muestra la comparación de los resultados obtenidos y su porcentaje de error.

Tabla 4.1 Comparación De Resultados del Análisis Analítico y MEF.

Resultados	Analisis Analitico	MEF	Error [%]
Esfuerzos Máximo [ksi]	86.7870	89.1530	2.73
Deformacion [in]	2.94661	2.9831	1.22

Como se ha hecho notar en la tabla anterior, tanto los resultados del análisis numérico (MEF) y los resultados analíticos son aceptables para el diseño del muelle, dado que la deformación obtenida está dentro del rango recomendado para un confort aceptable de acuerdo al libro "SAE Leaf Spring Design Manual" [7]; el cual dice que debe de estar entre 3 y 7 pulgadas, por otro lado, el esfuerzo máximo está por debajo de la resistencia de fluencia del material utilizado. Sin embargo, el proceso de manufactura real del muelle parabólico, presentara algunas dificultades en la geometría y es algo que se debe de tener en cuenta cuando se esté manufacturando.

Los resultados obtenidos serán descritos a continuación:

En la figura 4.1 y 4.2 se muestran la deformación total y el esfuerzo de Von-Mises respectivamente.



Figura 4.1 Deformación total.



Figura 4.2 Esfuerzo de Von-Mises.

El máximo esfuerzo se localizó en la parte central del muelle, en la parte inferior de la tercera hoja, alcanzando un valor máximo de 614 MPa (89.153 Kpsi), que es muy por debajo del límite elástico del material.

Los mayores desplazamientos ocurren en el extremo final del muelle, alcanzando un desplazamiento máximo de 2.9831 in.

Las figuras 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 muestran como el esfuerzo se mantiene prácticamente constante durante la mayor parte de la longitud de las hojas del muelle y con esto se demuestra que el muelle es más eficiente con respecto con otros muelles convencionales, ya que por sus propiedades geométricas da un mayor rendimiento en el material empleado.



Figura 4.3 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 1.



Figura 4.4 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 2.



Figura 4.5 Esfuerzos de Von-Mises - Hoja 3.



Figura 4.6 Distribución de esfuerzos en las hojas 1, 2 y 3.

En la figura 4.6 se muestra con más claridad que la distribución de esfuerzos es prácticamente constante a lo largo de las tres hojas, y que se comportan de manera similar.

4.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE FATIGA.

En la tabla 4.2 se muestra el factor de seguridad y los ciclos de vida tanto para el análisis analítico y el análisis numérico (MEF). Se puede observar que para el factor de seguridad no hay una gran variación, pero para el numero de ciclos a la falla se tiene una diferencia del 23.01%.

Resultados	Análisis Analitico	MEF	Error [%]
Factor de seguridad	0.7277	0.73208	0.60
Ciclos de vida	125692	163260.00	23.01

Tabla 4.2 Comparación de Resultados del Análisis Analítico y MEF

De acuerdo al "Manual on Design and Application of Leaf Springs" [8], se dice que una vida útil para un muelle debe ser superior a los 100,000 ciclos de carga completa, con esto generalmente mostrará una vida útil de 100,000 millas en caminos en buen estado, pero para caminos en mal estado (off the road) su vida útil será de 10,000 millas. Con los datos de la tabla 4.2 se observa que el número de ciclos de falla está por arriba del valor de los 100,000 ciclos, tanto para en análisis numérico (MEF) y el analítico. También se debe tener en cuenta que para

el análisis de fatiga tanto para el análisis analítico y el análisis numérico, se realizaron con un esfuerzo sinusoidal completamente invertido y esto hace que el muelle se está sometiendo al caso más extremo de operación, dado que tiene un esfuerzo alternante positivo y un esfuerzo alternante negativo de igual valor. Con esto se asegura que el muelle diseñado tendrá una vida satisfactoria.



Los resultados obtenidos con ANSYS se observan en las siguientes figuras:

Figura 4.7 Factor de seguridad.



Figura 4.8 Numero de ciclos a la falla.

4.3 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL.

En la tabla 4.3 se muestra la primera frecuencia natural del muelle, que tiene una variación del 7.47% entre el análisis analítico y el análisis numérico. Estos resultados se consideran aceptables. En el análisis numérico solo se obtuvieron los primeros cinco modos, ver tabla 4.4 y figuras 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13.

Tabla 4.3 Comparación del primer modo de vibración del muelle.

Análisis modal	Análisis analítico [Hz]	MEF [Hz]	Error %
Modo 1	51.19	47.63	7.47

	Frecuencia Hz
Modo 1	47.635
Modo 2	192.67
Modo 3	473.88
Modo 4	906.79
Modo 5	1481.8

Tabla 4.4 Los primeros 5 modos de vibración del muelle.



Figura 4.9 Modo 1



Figura 4.10 Modo 2



Figura 4.11 Modo 3.



Figura 4.12 Modo 4.



Figura 4.13 Modo 5.

CONCLUSIONES

Un innovador muelle parabólico de 3 hojas ha sido diseñado y analizado con ayuda de ANSYS 18.1 y validado con un análisis analítico. El nuevo diseño da como resultado un muelle útil que satisface las necesidades, y además es seguro, eficiente, confiable, con un peso mínimo, y que es capaz de soportar fuerzas estáticas y dinámicas sin fallo.

Tomando los resultados del método del elemento finito como base para el diseño se tiene una deflexión máxima de 0.075692 m (2.98 in), el cual está cerca del valor analítico y dentro del rango que se requiere para un confort aceptable. El esfuerzo de Von-Mises, el máximo es 614 MPa (89.15 kpsi) con una desviación del 2.73%, se observa que está muy por debajo de la resistencia de fluencia del material seleccionado, lo que indica que el diseño es seguro. Los resultados obtenidos son muy próximos demostrando la validación de este trabajo.

Se concluye que un muelle con sección transversal variable es mejor, en términos de economía. Es innegable que se puede reducir más material de un muelle de hoja convencional (mediante la inscripción de una forma parabólica, por ejemplo, como se hace aquí) con un cambio insignificante en la respuesta del muelle, en términos de esfuerzo y deflexiones.

Por supuesto, puede surgir dificultad de fabricación para el contorno propuesto del muelle parabólico. Pero, se encuentra que la respuesta, en términos de esfuerzo, deflexión y fatiga del muelle de hoja parabólico propuesto no cambia significativamente de la de un resorte de hoja convencional de acuerdo al "Manual on Design and Application of Leaf Springs" que es utilizado como referencia para hacer el diseño del muelle. Por lo tanto, justifica el uso de tal contorno parabólico, especialmente, en términos de economía y reducción del peso del muelle.

REFERENCIAS

- S. d. Gobernacion, «Diario Oficial de la Federación,» Junio 2002. [En línea].
 http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=728014&fecha=14/06/2002.
- [2] R. Z. Stephan Krall, «Investigation of the Dynamic Behaviour of CFRP Leaf Springs,» *Procedia Engineering*, p. 646 – 655, 2015.
- [3] SCT, «NOM-012-SCT-2-2014,» 2014.
- [4] B. Heißing, Chassis Handbook, Berlin: Vieweg+Teubner, 2011.
- [5] D. Landau, Leaf Springs, Their Characteristics and Methods of Specification, Chicago: Sheldon Axle Company, 1912.
- [6] A. I. H. Committee., Properties and Selection: Irons, Steels, and High-Performance Alloys, Metals Handbook, 1990.
- [7] S. S. Committee, Spring Design Manual, SAE, 1990.
- [8] S. W. E. BOARD, Manual on Design and Application of Leaf Springs, New York: S.A.E, October, 1945.
- [9] M. M. Shokrieh, «Analysis and optimization of a composite leaf spring,» *Composite Structures*, vol. 60, nº 3, p. 317–325, 2003.
- [10] S. Krall, «Investigation of the Dynamic Behaviour of CFRP Leaf Springs,» Procedia Engineering, vol. Volume 100, pp. 646-655, 2015.
- [11] S. A. Basaran Ozmen, «A Novel Methodology with Testing and Simulation for the Durability of Leaf Springs Based on Measured Load Collectives,» *Procedia Engineering*, vol. 101, pp. 363-371, 2015.
- [12] J. C. I. N. G. J. y. R. M. J.P. Hou, «Evolution of the eye-end design of a composite leaf spring for heavy axle loads,» *Composite Structures*, vol. 78, nº 3, p. 351–358, May 2007.

- [13] A. A. S. M. A. O. W.-Y. L. Hiroyuki Sugiyama, «Development of nonlinear elastic leaf spring model for multibody vehicle systems,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* vol. 195, nº 51, p. 6925– 6941, 15 October 2006.
- [14] M. Soner, «Parabolic Leaf Spring Design Optimization Considering FEA & Rig Test Correlation,» SAE International, p. 6, 2011.
- [15] A. Kanbolat, «PARABOLIC LEAF SPRING OPTIMIZATION AND FATIGUE STRENGTH EVALUATION ON THE BASE OF ROAD LOAD DATA, ENDURANCE RIG TESTS AND NON LINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS,» SAE International, p. 8, 2011.
- [16] B. Kadziela, «Validation and optimization of the leaf spring multibody numerical model,» ARCHIVE OF APPLIED MECHANICS, vol. 85, nº Issue 12, p. 1899–1914, 2015.
- [17] R. B. S. R. S. y. R. F. Akram Atig, «Reliability-based high cycle fatigue design approach of parabolic leaf spring,» *Materials: Design and Applications*, pp. 1-15, 2017.
- [18] M. J. B. K. M. Karthikeyan, «Design of Parabolic Leaf Spring for light duty automobile,» *World Journal of Engineering*, 2017.
- [19] R. G. Budynas, DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA, McGraw-Hill, 2008.
- [20] R. G. Budynas, DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA DE SHIGLEY, México, D.F.: McGRAW-HILL, 2012.
- [21] A. S. G. S. R. FRAGOUDAKIS, «Fatigue assessment and failure analysis of shot-peened leaf springs,» *Fatigue & Fracture of Engineering Materials* & *Structures,* vol. 00, pp. 1-10, 2012.
- [22] J. M. Gere, Mecánica de materiales, Cengage Learning, 2009.

- [23] A. S. G. S. M. M. I. B. A. S. G. P. a. S. K. R. FRAGOUDAKIS, «Fatigue & Fracture of Fatigue assessment and failure analysis of shot-peened leaf springs,» *Engineering Materials & Structures*, vol. 00, pp. 1-10, 2012.
- [24] S. S. Rao, VIBRACIONES MECÁNICAS, México: Pearson, 2012.
- [25] T. S. Hareesh K, «Design and Analysis of Leaf Spring Using FEA Approach,» International Journal of Scientific Engineering and Technology, vol. 4, nº 3, pp. 197-200, 2015.
- [26] F. W. A. C. M. A. H. A. G. Aggen, Properties and Selection: Irons, Steels, and High-Performance Alloys, ASM INTERNATIONAL, 1990.