



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE PACHUCA

OBTENCIÓN DE CAMPOS DE PRESIÓN MEDIOS DE UNA CHUMACERA HIDRODINÁMICA CORTA, CON PUERTOS DE PRESURIZACIÓN

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERIA MECÁNICA PRESENTA

ING. ALEXIS IVAN CANO TEJEDA

DIRECTOR: DR. IGNACIO RAMÍREZ VARGAS

SINODALES: DR. LUIS MANUEL PALACIOS PINEDA DR. MARIO EMIGDIO RODRÍGUEZ CASTILLO

64 Páginas

Pachuca de Soto, Hidalgo Noviembre de 2017.



Carretera México-Pachuca Km. 87.5, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo, C.P. 42080. A. P. 276, Tels. : 7113073, 7113596, 7113140, 7115119 7115538 Fax (01771)7113399 **www.itpachuca.edu.mx**

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO Instituto Tecnológico de Pachuca

Pachuca, Hidalgo, 23/OCTUBRE/2017

OFICIO No. DEPI-144-2017

C. ING. ALEXIS IVÁN CANO TEJEDA PRESENTE

SECRETARÍA DE Educación pública

El que suscribe, Jefe de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

"Obtención de campos de presión medios de una chumacera hidrodinámica corta, con puertos de presurización"

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y en consecuencia, se autoriza su impresión.

Sin otro particular por el momento, quedo de Usted.

A T E N T A M E N T E "El hombre alimenta el ingenio en contacto con la ciencia"

DR. MARIO EMIGDIO RODRÍGUEZ CASTILLO JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

C.p. Coordinación de Ingeniería Mecánica Archivo MERC/Impp



SECRETARÍA DE EDÜCACIÓN PÚBLICA TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO I.T. PACHUCA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



Carretera México-Pachuca Km. 87.5 A. P. 276 C.P. 42080, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo. Tels. : 7113073, 7113596, 7113140, 7115119, 7115538 Fax (01771)7113399 www.itpachuca.edu.mx





División de Estudios de Posgrado e Investigación Maestría en Ingeniería Mecánica ACTA

Siendo las 13:00 horas del 24 de Febrero de 2017, reunidos en el aula U6, el Consejo de Posgrado en Ingeniería Mecánica manifiesta la APROBACIÓN del trabajo de Tesis titulado: Obtención de campos de presión medios de una chumacera hidrodinámica corta, con puertos de presurización, con el siguiente contenido:

Resumen/Abstract Nomenclatura Introducción Contenido Índice de cuadros, gráficas y figuras. 1. Introducción 2. Marco Teórico

- 3. Metodología
- 4. Resultados Conclusiones Bibliografía Apéndices

Para cubrir el reguisito correspondiente a la Tesis para que el Ing. Alexis Iván Cano Tejeda obtenga el grado de Maestría en Ingeniería Mecánica, bajo la dirección del Dr. Ignacio Ramírez Vargas, profesor de la Maestría en Ingeniería Mecánica de la División de Estudios de Posgrado e Investigación.

ATENTAMENTE

"EL HOMBRE ALIMENTA EL INGENIO EN CONTACTO CON LA CIENCIA"

EL CONSEJO DE POSGRADO Dra. Erika Osiris Ávila Dávila Dr. Luis Manuel Palacios Dr. Mario Emigdio Rodríguez Pineda Castillo Dr. Celerino Reséndiz Rosas Dr. Ignacio Ramírez Vargas C.p. Archivo LMPP/Impp



Carretera México-Pachuca Km. 87.5 A. P. 276 C.P. 42080, Col. Venta Prieta, Pachuca, Hidalgo. Tels. : 7113073, 7113596, 7113140, 7115119, 7115538 Fax (01771)7113399 www.itpachuca.edu.mx

DEDICATORIA

Este trabajo se lo dedico a mi familia, principalmente a papá y mi mamá; por haberme ayudado y apoyado para cumplir esta meta.

Gracias **Madre**, por haber aguantado mi presente y mi pasado; este trabajo es todo tuyo, sé que tus regaños fueron para ser una mejor persona.

Gracias **Jefe**, por enseñarme y aconsejarme para ser un buen hombre; darle siempre la cara a la vida.

Gracias **Carnal**, por ser mi mejor amigo, mi brazo derecho y se siempre me acompañas para no caer en malos paso.

AGRADECIMIENTO

Al **Dr. Ignacio Ramírez Vargas** por dirigir este trabajo de Tesis y los conocimientos impartidos para su desarrollo.

Al **M. en C. Juan Carlos Gonzales Islas** por el apoyo para la generación del código en MatLab.

Al **Instituto Tecnológico de Pachuca** por la oportunidad de cursar la Maestría en Ingeniería Mecánica.

La tesis que a continuación se presenta, se realizó con la ayuda económica del Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACyT) por otorgar la beca 590895

NOMENCLATURA

- C_r : Claro radial.
- φ_{pres} : Ángulo de equilibrio (attitude) en una chumacera presurizada.
- h: Espesor adimensional de la película de fluido lubricante.
- Pa: Unidad de presión del Sistema Internacional de Unidades.
- *R*: Radio de la chumacera.
- D: Diámetro de la chumacera.
- e: Excentricidad dimensional.
- p: Presión.
- \bar{p} : Presión adimensional.
- *z*: Coordenada axial de la chumacera.
- \bar{z} : Coordenada axial adimensional de la chumacera.
- β : Coordenada angular del puerto de inyección.
- α : Posición adimensional, arbitraria y axial del puerto de inyección en la chumacera.
- ε: Excentricidad adimensional.
- θ : Coordenada angular.
- μ: Viscosidad absoluta del fluido lubricante.
- φ : Ángulo de equilibrio (attitud).
- ω : Velocidad angular en radianes por segundo.
- N: Velocidad angular en revoluciones por segundo.
- L: Longitud axial de la chumacera.

RESUMEN

El trabajo que se presenta a continuación, está centrado en el área de la turbomaquinaria, específicamente en los soportes que ayudan al movimiento rotatorio de estos equipos; dichos soportes son conocidos como chumaceras hidrodinámicas, teniendo la función de servir como apoyo a ejes o árboles. Ciertas características residen, en el tipo de lubricación que utiliza; soportando cargas sustanciales con poco rozamiento, desgaste consecuente y perdida de potencia. Esto se debe a que las superficies del cojinete son paralelas al eje de rotación y su funcionamiento se debe al efecto de bombeo ejercido por el movimiento rotatorio del muñón.

La investigación realizada para el proyecto; está acotada en las Chumaceras Hidrodinámicas Cortas, lo cual se designa mediante la relación que existe entre la longitud y el diámetro del soporte; mediante el software de simulación COMSOL[®], se obtuvieron valores numéricos de las presiones del lubricante para los casos clásicos y con presión puntual externa de lubricante.

Implementando el software matemático MatLab[®], se genera el procesamiento de imagen, para conocer los valores numéricos de COMSOL[®]; un código para la obtención del polinomio del comportamiento de la presión de lubricante en la zona media de la Chumacera Hidrodinámica Corta, en el caso clásico y presurizado.

El software Wolfram Mathematica[®], se utilizó para realizar un contra punto de los resultados en MatLab[®]; y conocer la expresión de las fuerzas radiales y fuerzas tangenciales para los casos analizados.

ABSTRACT

The work presented here, is focused on the area of turbomachinery, specifically in brackets that help the rotary movement of these teams; These brackets are known as hydrodynamic bearings, having the function of serving as a support for shafts or shafts. Certain characteristics reside in the type of lubrication used; supporting substantial loads with low friction, consequent wear and power loss. This is because the bearing surfaces are parallel to the axis of rotation and their operation is due to the pumping effect exerted by the rotary movement of the stump.

The research carried out for the project; is bounded in the Short Hydrodynamic Bearings, which is designated by the relation that exists between the length and the diameter of the support; using COMSOL[®] simulation software, numerical values of pressures of lubricant to the classic cases and with timely external pressure of lubricant were obtained.

Implementing the mathematical software MatLab[®], image processing, is generated for the numerical values of COMSOL[®]; a code to obtain the polynomial of the pressure behavior of lubricant in the middle of short hydrodynamics bearing, in the case of classic and pressurized. Wolfram Mathematica[®] software, is used to make an against the results in MatLab[®] point; and know the expression of the radial and tangential forces for the analyzed cases.

INDICE

DEDICATORIA
AGRADECIMIENTO III
NOMENCLATURAIV
RESUMENV
ABSTRACTVI
LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABLAS
CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN
1.1. ESTADO DEL ARTE
1.2. HIPÓTESIS
1.3. OBJETIVOS GENERALES
1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS
CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO
2.1. ECUACIÓN DE LUBRICACIÓN DE REYNOLDS
2.2. CASO CLÁSICO
2.3. CASO PRESURIZADO
2.4. FUNCIÓN DELTA DE DIRAC
2.5. COMSOL [®]
2.6. MATLAB[®]
2.7. WOLFRAM MATHEMATICA®18
2.8. PROCESAMIENTO DE IMAGEN
CAPITULO 3. METODOLOGÍA
3.1. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN
a) PRIMERA ETAPA21
b) SEGUNDA ETAPA21
c) TERCERA ETAPA21
d) CUARTA Y QUITA ETAPA
e) SEXTA ETAPA21
3.2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN
3.2.1. SIMULACIÓN EN COMSOL [®] 22
3.2.2. SIMULACIÓN VARIANDO LA PRESIÓN DE INYECCIÓN24
3.2.3. PROGRAMACIÓN EN MATLAB [®]
3.2.3.1. PROCESAMIENTO DE IMAGEN
CAPITULO 4. RESULTADOS
4.1. MATLAB [®]

4.1.1. VALORES	32
a. CASO CLÁSICO	32
b. CASO PRESURIZADO	32
4.1.2. POLINOMIO DE CAMPO DE PRESIÓN	33
4.1.2.1. Caso Clásico de la Chumacera Corta	33
4.1.2.2. Caso presurizado de la chumacera corta	34
4.1.3. CAMPO DE PRESIÓN A DIFERENTES FUERZAS DE INYECCIÓN	35
4.1.3.1. Caso 1: 0 MPa de presurización	35
4.1.3.2. Caso 2: 1.6 MPa de presurización	37
4.1.3.3. Caso 3: 3.2 MPa de presurización	38
4.1.3.4. Caso 4: 6.4 MPa de presurización	39
4.1.3.5. Caso 5: 16 MPa de presurización	41
4.1.3.6. Caso 6: 32 MPa de presurización	43
4.1.4. AJUSTE DE CURVA	44
4.2. PROGRAMACIÓN EN MATHEMATICA®	46
4.2.1. POLINOMIO DE CAMPO DE PRESIÓN	46
4.2.1.1. Caso Clásico	46
4.2.1.2. Caso Presurizado	47
4.2.2. CAMPO DE PRESIÓN DE DIFERENTES FUERZAS DE INYECCIÓN	48
4.2.2.1. Caso 1: 0 MPa de presurización	48
4.2.2.2. Caso 2: 1.6 MPa de presurización	50
4.2.2.3. Caso 3: 3.2 MPa de presurización	51
4.2.2.4. Caso 4: 6.4 MPa de presurización	52
4.2.2.5. Caso 5: 16 MPa de presurización	54
4.2.2.6. Caso 6: 32 MPa de presurización	56
CAPITULO 5. CONCLUSIONES	58
REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍAS	59
ANEXO	61
A. CÓDIGO PRUEBA: CASO CLÁSICO	62
B. CÓDIGO PRUEBA: CASO PRESURIZADO	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1. Vista transversal de campos de presión [1]	. 15
Figura 3. 1. Diagrama de Flujo	. 20
Figura 3. 2. Caso clásico obtenido mediante COMSOL [®]	. 23
Figura 3. 3. Caso presurizado obtenido mediante COMSOL [®]	. 23
Figura 3. 4. Comparación de casos	.24
Figura 3. 5. Sistema de coordenadas muñón- chumacera	. 25
Figura 3. 6. Ubicación de puerto de presurización	. 25
Figura 3.7 a. Caso 0 MPa de presurización	. 26
Figura 3.7 b. Caso 1.6 MPa de presurización	. 26
Figura 3.7 c. Caso 3.2 MPa de presurización	. 27
Figura 3.7 d. Caso 6.4 MPa de presurización	. 27
Figura 3.7 e. Caso 16 MPa de presurización	. 27
Figura 3. 7 f. Caso 32 MPa de presurización	. 27
Figura 3. 8. Lectura de pixeles y distinción de las graficas	. 28
Figura 3. 9. Conversión de valores binarios de las graficas	. 29
Figura 3. 10. Manipulación de pixeles y erosión	. 29
Figura 3. 11. Ploteo de centroides	. 30
Figura 3. 12. Diagrama de flujo de procesamiento de imagen	. 31
Figura 4. 1. Grafica del campo de presión y los centroides, caso clásico	. 33
Figura 4. 2. Grafica de los campos de presión, caso presurizado	. 34
Figura 4. 3. Grafica de los polinomios y centroides, del caso sin presurizar	. 36
Figura 4. 4. Grafica de polinomios y centroides, caso 1.6 MPa	. 37
Figura 4. 5. Grafica de centroides y polinomios, caso 3.2 MPa	. 38
Figura 4. 6. Grafica de los polinomios y centroides para el caso 6.4 MPa	. 40
Figura 4. 7. Polinomios y centroides del caso 16 MPa	. 41
Figura 4. 8. Centroides y polinomios, caso 32 MPa	. 43
Figura 4. 9. Script del toolbox "Ajuste de Curva"	. 44
Figura 4. 10. Selección de los valores	. 45
Figura 4. 11. Grafica de los valores y el polinomio a generar	. 45
Figura 4. 12. Estadísticas de bondad de ajuste	. 45
Figura 4. 13. Valores almacenados en Excel, caso no presurizado	. 46
Figura 4. 14. Valores almacenados en Excel, caso presurizado	. 47
Figura 4. 15. Valores almacenados en Excel, caso 0 MPa	. 49
Figura 4. 16. Valores almacenados en Excel, caso 1.6 MPa	. 50
Figura 4. 17. Valores almacenados en Excel, caso 3.2 MPa	E1
	.51
Figura 4. 18. Valores almacenados en Excel, caso 6.4 MPa	.51
Figura 4. 18. Valores almacenados en Excel, caso 6.4 MPa Figura 4. 19. Valores almacenados en Excel, caso 16 MPa	.51 .53 .54
Figura 4. 18. Valores almacenados en Excel, caso 6.4 MPa Figura 4. 19. Valores almacenados en Excel, caso 16 MPa Figura 4. 20. Valores almacenados en Excel, caso 32 MPa	. 53 . 53 . 54 . 56

LISTA DE TABLAS

Tabla 3. 1. Datos de la chumacera hidrodinámica corta	22
Tabla 4. 1. Arreglo de tabla de Excel, caso sin presurización	
Tabla 4. 2. Arreglo de tabla de Excel, casos presurizados	
Tabla 4. 3. Coeficientes del polinomio	34
Tabla 4. 4. Coeficientes de los polinomios (4.2) y (4.3)	35
Tabla 4. 5. Coeficientes de los polinomios (4.4) y (4.5)	
Tabla 4. 6. Coeficientes de los polinomios (4.6) y (4.7)	
Tabla 4. 7. Coeficientes de los polinomios (4.8) y (4.9)	
Tabla 4. 8. Coeficientes de los polinomios (4.10) y (4.11)	41
Tabla 4. 9. Coeficientes de los polinomios (4.12) y (4.13)	
Tabla 4. 10. Coeficientes de los polinomios (4.14) y (4.15)	44

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

La rotodinámica, es una disciplina que cumple con el análisis del comportamiento dinámico de equipos rotatorios; esto se debe al desarrollo e incremento de maquinaria de alta eficiencia en la industria. Esta disciplina se conforma de diversas áreas de investigación como: vibraciones, dinámica, hidrodinámica, mecánica de fluidos, entre otras.

Las turbomaquinas o también conocidas como maquinas dinámicas. Implementan la energía de un fluido, que puede ser un líquido o un gas; para generar energía mecánica. Dichas maquinas se conforman generalmente por: un rotor, un alabe, un eje, un soporte; siendo este último, el punto de investigación del trabajo.

Los soportes, denominados de igual manera como chumaceras, son comúnmente de película fluida; esto se debe a las altas cargas de operación. La película de lubricante, ejerce un comportamiento de amortiguamiento y rigidez, entre la chumacera y el rotor; este comportamiento rotodinamico tiene una repercusión alta dentro del sistema, debido a que puede alterar las velocidades nominales, la excentricidad, inestabilidad. Por lo tanto, el diseño de la chumacera es primordial, para cumplir con las características de la turbomaquinaria.

A continuación, se muestran diversos trabajos a lo largo de la historia, con respecto a estudios analíticos, modelos matemáticos, investigaciones de comportamiento; referentes al área de la rotodinámica.

1.1. ESTADO DEL ARTE

Algunas de las primeras soluciones numéricas, que se tienen registro son las de **Raimondi y Bond**, los cuales desarrollaron a manera de tablas con valores adimensionales, el diseño de los soportes rotodinamicos. [1]

La teoría de **Osborne Reynolds**, presentada en 1886, logró explicar los experimentos llevados a cabo por Beauchamp Tower, quien derivo la ecuación más conocida de mecánica de fluidos; la ecuación general de Reynolds, dicha ecuación es una simplificación de las ecuaciones de **Navier-Stokes** para fluidos de tipo newtoniano. Permitiendo describir la distribución de presiones del lubricante en la chumacera. [2] Para 1952 se muestra el primer uso práctico de la teoría de Reynolds, el cual fue una solución aproximada de un caso específico; esta solución fue obtenida por **Ocvirk**. [3]

Durante los años 1960 y 1961, **J.V. Fedor** publico diversos artículos, los cuales permiten desarrollar metodologías para el cálculo del campo de presión de una chumacera presurizada en un puerto cuya ubicación es arbitraria, en estos trabajos el investigador Fedor, modifica la ecuación de la lubricación de Reynolds para incorporar un término de inyección de lubricante; la solución estaba dada en forma de serie infinita, por lo que, para los cálculos posteriores es necesario despreciar la mayoría de términos de la solución.[4, 5]

Al siguiente año, **Lund** y **Sterlincht** desarrollaron soluciones numéricas para las chumaceras hidrodinámicas planas; al mismo tiempo, Lund presenta las subsecuencias refinadas sobre el procedimiento por diferencias finitas. [6]

Se continua con las contribuciones de métodos de diferencias finitas de Lund y **Thomsen**, para las chumaceras parciales y tilting-pad. [7]

Sathyajith Mathew y K.P. Pandey en el año 2002, presentaron su trabajo denominado "*Modelling the integrated output of wind-driven roto-dynamic pumps*"; en el cual presentaron el modelado matemático de manera computacional para la producción integrada del viento el cual está siendo impulsado por bombas rotodinámicas, que operan a diferentes condiciones; la simulación implementa el método propuesto y una comparación. [8]

En el 2003, se publicó un artículo de **Tribology International**, destacando en dicho artículo la implementación de la ecuación general dinámica de Reynolds y la teoría micro-continua de Stokes a la película del lubricante; así mismo el análisis de la mezcla del lubricante con aditivo. Mostrando los resultados esperados del modelo matemático y la resolución de la teoría en 2D, el conocimiento del comportamiento del fluido con características específicas. [9]

En el mismo año, **I.F. Santos** y **F.Y. Watanable** publicaron un trabajo en el **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, el cual se centró en el estudio de las chumaceras presurizadas con puertos múltiples de inyección; el análisis fue realizado de manera numéricamente, mediante la dinámica de fluidos computacionales. [10]

Ashok Kumar, Rudra Pratap y Fook Siong, en el año 2006 publicaron un trabajo denominado "Analitical Solution of the modified Reynolds equation for squeeze film damping in perforated MEMS structures"; en dicho artículo se describe el comportamiento del amortiguamiento cuando existe una perforación en la estructura, la

cual implementan la ecuación de Reynolds, incluyendo los efectos de la compresibilidad y la reducción a la densidad; siendo valores importantes en la ecuación. Posteriormente la ecuación se linealiza y se transforma en una ecuación de difusión de dos dimensiones usando la función de mapeo; del mismo modo obtiene la solución analítica usando la función de Green. Los resultados más destacados de dicho trabajo fue poder mostrar la incomprensión la cual modifica la ecuación de Reynolds, incluyendo los efectos de la perforación. [11]

De igual manera, el **Dr. Alberto Antonio García**; presentaba la tesis, para obtener el grado de Doctor en Ciencias "*Investigación Analítica y Numérica de las Propiedades Dinámicas de Chumaceras Hidrodinámicas con y sin Desalineamiento*". En la cual, desarrolló una serie de estudios basándose en métodos analíticos para poder obtener los coeficientes de amortiguamiento y rigidez de la película del lubricante de las chumaceras hidrodinámicas, exponiendo diferentes configuraciones y/o condiciones de las mismas. A la par efectuó la solución finita de la ecuación de Reynolds mediante algunos métodos numéricos, para encontrar los coeficientes rotodinamicos. Redactó y presentó los resultados que obtuvo a la serie de análisis y estudios que realizó; exponiendo las diferencias entre los métodos que implemento y argumentando progresos que puede llegar a tener. [12]

Para el 2007 el **Dr. Ignacio Ramírez Vargas**, mostraba su tesis, denominada *"Teoría de Chumaceras Presurizadas con Puertos Puntuales: Caso de la Chumacera Corta"*. En este trabajo, explica una modelo de chumacera presurizada, derivada y aproximada de la función Delta de Dirac; para representar el puerto de inyección de lubricante. Al conocer los campos de presión, pudo obtener las posiciones de equilibrio, fuerzas de presión, coeficientes rotodinamicos; para el caso clásico y el presurizado. [13]

En la actualidad diversas compañías, se dedican a la fabricación e investigación experimental, la que se menciona a continuación es la compañía **Bently-Nevada** en E.U.A.; la cual realizó experimentos con rotores, donde presurizaba externamente la chumacera; en un puerto simétrico de inyección. [14]

En las turbomaquinas, los soportes que comúnmente se emplean, debido a las altas velocidad de operación o cargas excesivas del sistema; son las chumaceras de película fluida, también conocidas como chumaceras hidrodinámicas. Estos soportes son un área de investigación y experimentación cotidiano en el área industrial, por ejemplo, la energética o la petrolera. Para conocer el comportamiento que ejerce la película de

lubricante, entre la chumacera-rotor; se requieren de diversos estudios. Al ser equipos costosos y con un trabajo continuo, resulta difícil el analizar el comportamiento del lubricante. Por lo cual, el equipo no trabaja a su mejor eficiencia, y puede llegar a producir daños al sistema y reparaciones con costos elevados.

Al desarrollar un modelo matemático de un fenómeno, se trabaja con la imagen cognitivo; brindando una forma cuantificable de estudio y con un bajo costo de prueba. Los softwares especializados, permiten obtener los valores numéricos del comportamiento de la película; así mismo, conocer los campos de presión, fuerzas, posiciones de equilibrio y coeficientes rotodinamicos, lo que permite designar con mayor eficiencia la chumacera que requiere el sistema, para un óptimo funcionamiento.

1.2. HIPÓTESIS

Al obtener los valores numéricos del comportamiento de un caso clásico y presurizado, de una chumacera hidrodinámica; permite conocer el campo de presión del lubricante en cualquier longitud del soporte, por consiguiente, las fuerzas que se ejercen. De esta manera se puede indicar si el comportamiento se modifica cuando a la chumacera se le realiza o no una presurización de lubricante.

1.3. OBJETIVOS GENERALES

El objetivo principal de esta tesis, es obtener la expresión polinomial de los campos de presión de la chumacera hidrodinámica corta, en zona media de la misma (l_z) ; para los casos clásicos y presurizados. Permitiendo implementar dicho trabajo como metodología para futuras investigaciones.

1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Generar un programa que permita el procesamiento de imagen.
- b) Obtener los valores numéricos de los casos clásicos y presurizados.
- c) Conocer el polinomio del campo de presión en la longitud media del soporte para el caso clásico.
- d) Conocer el polinomio del campo de presión en la longitud media para el caso presurizado.
- e) Puesta a punto la información adquirida.

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO 2.1. ECUACIÓN DE LUBRICACIÓN DE REYNOLDS

Los daños relacionados al mecanismo rotatorio o la eficiencia máxima del mismo, radica con el correcto modelado de la conducta dinámica de las chumaceras y la caracterización de la película de lubricante.

Las chumaceras son cuerpos cilíndricos, en los cuales gira el eje de un mecanismo rotatorio, ejerciendo cargas radiales sobre el soporte; dichas capacidades de carga, se reflejan por comportamiento del campo de presión, debido al movimiento nominal del muñón el cual ejerce una acción de bombeo de manera que la viscosidad del fluido genera una cuña de lubricante que separa el eje y el cojinete.



Figura 2. 1. Vista transversal de campos de presión [1]

En la figura 2.1, se puede apreciar, el campo que genera la cuña de lubricante y la excentricidad que tiene el eje con respecto a la chumacera.

La teoría de lubricación permite la solución de problemas de mecánica de fluidos; la cual se expresa mediante la ecuación de Reynolds, modelando el comportamiento de la película fluida, considerando la dirección de desplazamiento. Dado, que el problema se reduce a la determinación del campo de presión, dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial\theta} \right] + R^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12 \frac{\mu R^2}{C_r^3} \left[C_r \dot{\varepsilon} \cos \theta + C_r \varepsilon \left(\dot{\varphi} - \frac{\omega}{2} \right) \sin \theta \right]$$
(2.1)

donde Θ es la coordenada circunferencial, p es la presión, h el espesor del fluido, z la coordenada axial, Cr es el claro radial, \mathcal{E} la excentricidad adimensional, ω la velocidad angular.

Para poder comprender con mayor claridad y trabajar de forma general la ecuación de Reynolds, es necesaria reescribirla de forma adimensional. Se definen algunas variables como:

$$V_s^2 = (C_r \varepsilon)^2 + \left[C_r \varepsilon \left(\varphi - \frac{\omega}{2}\right)\right]^2, \quad \cos \alpha = \frac{C_r \varepsilon}{V_s}, \quad \sin \theta = \frac{C_r \varepsilon \left(\varphi - \frac{\omega}{2}\right)}{V_s}$$
(2.2)

Quedando la ecuación de Reynolds como:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial\theta} \right) + R^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu R^2}{c_r^3} V_s \cos(\theta + \alpha)$$
(2.3)

Cuando se encuentra en su posición de equilibrio, se entiende que: $\dot{\phi} = \dot{\varepsilon} = 0$, debido a que son variables; entonces (3.3) puede escribirse como:

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \qquad \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta, \qquad V_s = \frac{C_r \varepsilon \omega}{2}$$
 (2.4)

Al realizar la sustitución, la ecuación de Reynolds en estado estacionario queda:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial\theta} \right) + R^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{6\mu R^2 \omega}{C_r^2} \left(-\varepsilon \sin \theta \right)$$
(2.5)

A continuación, se utiliza las siguientes expresiones; para adimensionalizar (2.5).

$$z = \frac{L}{2}\bar{z}, \qquad \bar{p} = \frac{p}{p_{dim}}, \qquad p_{dim} = \mu N \left(\frac{R}{C_r}\right)^2 = \mu \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \left(\frac{R}{C_r}\right)^2 \tag{2.6}$$

Al sustituir (2.6) en la ecuación (2.5), la ecuación de Reynolds adimensional queda:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left[h^3(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[h^3(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right] = 12\pi (-\varepsilon \sin \theta)$$
(2.7)

2.2. CASO CLÁSICO

Las chumaceras, de acuerdo a la relación entre la longitud axial y el diámetro; se puede clasificar como corta, intermedia o larga; lo que simplifica la ecuación de Reynolds [15]. Para identificar una chumacera corta, la longitud (L) es más pequeña a comparación del diámetro (D) [16], de manera numérica se considera corta si: $L/D \leq$

1/4. Son aplicadas comúnmente en el área automotriz; algunas ventajas que tienen son:

- Es menos sensible al desalineamiento.
- Tiene un desgaste más lento, debido que los contaminantes, se llevan al exterior a través del aceite.
- Se pueden implementar diseños compactos.

Las chumaceras cortas, han sido materia de estudio por Dubois y Ocvirk [17, 3]; los cuales asumieron que los gradientes de presión alrededor de la chumacera son pequeños, lo cual permite ser despreciados, cuando se comparan con los gradientes en dirección axial. Con dicho análisis, en la ecuación de Reynolds (2.7), se despreciaría el primer término, quedando la ecuación del modelo clásico para una chumacera corta:

$$\left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[h^3(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}}\right] = 12\pi(-\varepsilon\sin\theta)$$
(2.8)

2.3. CASO PRESURIZADO

Las maquinas rotatorias, pueden presentar vibraciones con ciertas características, las cuales pueden causar desgastes y estragos al mecanismo. Los problemas más comunes que se pueden encontrar, pueden ser: altas vibraciones, desgaste, sobrecalentamiento del lubricante, aflojamiento de pedestales, fisuras, grietas en el rotor; lo que ocasiona costos elevados en mantenimiento o procedimientos económicamente incosteables.

Para poder atenuar los problemas presentados en el párrafo anterior, se requiere modelar de la manera más eficiente el comportamiento dinámico de los soportes y la caracterización del lubricante con sus coeficientes rotodinamicos. Si a una chumacera hidrodinámica se le realiza una inyección de lubricante externa, se llega a modificar las propiedades dinámicas de la película de lubricante; produciendo que las inestabilidades y amplitudes vibracionales disminuyan.

2.4. FUNCIÓN DELTA DE DIRAC

Paul A. M. Dirac, es un físico inglés; el cual sugirió una representación matemáticamente las fuentes puntuales como:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0\\ 0 & x \neq 0 \end{cases}$$
(2.9)

(2.9), se le conoce como función Delta de Dirac; implementada para resolver problemas de física e ingeniería, hasta que Laurent Schwarz justificara dicha función.

2.5. COMSOL[®]

Es un software CAE (Computer Aided Enginering "Ingeniería Asistida por Computadora") para el modelado, análisis y/o simulación de fenómenos físicos en ingeniería; como problemas relacionados con fluidos, estructuras, análisis térmicos, electromecánicos, entre otros. La ejecución de las simulaciones, lleva el desarrollo del objeto de análisis, la creación de las aplicaciones personalizadas y la obtención de resultados. COMSOL[®] permite una interacción más flexible y mediante la plataforma multifisica que brinda, su utilización es más sencilla. [18]

2.6. MATLAB®

El nombre de este programa significa (MATrix LABoratory "Laboratorio de Matrices"). Es un software considerado como un entorno de cálculo técnico de altas prestaciones, el cual integra (análisis numérico, calculo matricial, procesamiento de señales y graficas). Este entorno es fácil de usar; ya que las expresiones matemáticas, se escriben de igual manera, de cómo se conocen. Debido al sistema interactivo de las matrices que son el elemento básico, no requiere dimensionamiento de datos y brinda una solución de diferentes problemas numéricos en un mínimo tiempo, a diferencia de otros lenguajes de programación. MatLab[®] proporciona diferentes soluciones específicas, las cuales son denominadas como ToolBoxes; entre las funciones que permite resolver con los ToolBoxes de su librería están: procesamiento de señales, diseño de sistemas de control, simulación de sistemas dinámicos, identificación de sistemas, redes neuronales, entre otros. [19, 20]

2.7. WOLFRAM MATHEMATICA®

Es un software desarrollado por la empresa Wolfram Research, la cual fue fundada por Stephen Wolfram; siendo una compañía de computación, web y software para la nube, así como la innovación científica y técnica. Alrededor de treinta años, el software Mathematica, indica el progreso que dicta el rumbo de la computación técnica, proporcionando entornos innovadores, educativos. Al brindar diversas destrezas técnicas, y sistemas integrados únicos; siempre el software se encuentra en expansión, que cubre a cabalidad los ámbitos de la computación técnica. [21]

2.8. PROCESAMIENTO DE IMAGEN

Dentro de la visión computacional, se encuentra un área considerada procesamiento de imagen o manejo digital de imagen, lo cual es, el proceso de optimizar el aspecto de las imágenes ya sean generadas por medio fotográfico o electrónicamente, para hacer más evidente ciertos detalles que se desean hacer notar. Dicho procesamiento se puede llevar acabo de manera óptica o digital; con base a los programas para un sistema de visión, se refleja en la interpretación y análisis de pixeles, resultando desde la medida de una partícula, a la determinación o lectura de una serie de caracteres (OCR).

CAPITULO 3. METODOLOGÍA

3.1. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

El siguiente diagrama de flujo, muestra de manera sistemática la lógica implementada para el desarrollo de este trabajo, utilizando como software primario MatLab[®]; para complementar la investigación y generar un punto de comparación de resultados, se consideró utilizar el software Wolfram Mathematica[®]. El proceso consiste en la obtención de valores numéricos, de la superficie del campo de presión; con dichos valores el procesamiento o ajuste de curva permitirá conocer el polinomio que represente los campos de presión de la chumacera hidrodinámica en su caso clásico y caso presurizado.



Figura 3. 1. Diagrama de Flujo

a) PRIMERA ETAPA

Selección del proyecto a realizar y designar el nombre del mismo.

b) SEGUNDA ETAPA

Se designa el programa principal de lado izquierdo del diagrama y el secundario de lado derecho. El software que se utiliza para el desarrollo del código es MatLab[®] y el software que se indicó para verificar los resultados y poder contar con mayor veracidad de información es Wolfram Mathematica[®].

c) TERCERA ETAPA

Se manipula las gráficas obtenidas mediante COMSOL[®], la cual cuenta con los valores numéricos de una simulación de una chumacera hidrodinámica corta; contemplando de igual manera la condición de un puerto de presurización de lubricante.

d) CUARTA Y QUITA ETAPA

Con los valores de: (Presión [Pa] y Ángulo [Θ]), se obtendrá los polinomios de comportamiento para ambas condiciones de prueba; a la par se utiliza un ToolBox del software MatLab[®] y en el software Mathematica[®], para corroborar dichos polinomios.

e) SEXTA ETAPA

Para finalizar el proyecto, se efectúa una comparativa de resultados entre ambos programas y la diferencia de ambos casos de investigación; al mismo tiempo la puesta a punto y discusión de todos los estudios que se llevaron a cabo.

3.2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

Esta tesis presenta como tema primordial de investigación, el desarrollo de un programa que implemente datos numéricos, para poder generar un modelo matemático del comportamiento rotodinamico de una película de lubricante; se utilizó un código de programación desarrollado en el software MatLab[®] y en el software Wolfram Mathematica[®].

3.2.1. SIMULACIÓN EN COMSOL®

El diseño que se realizó de una Chumacera Hidrodinámica Corta fue manipulado dentro del programa de COMSOL[®], marcando las siguientes condiciones:

Símbolo	Valor	Unidad	Descripción
ρ	860	Kg/m ³	SAE 10 @ 20°C, densidad del lub.
μ	0.01	Pa*s	SAE 10 @ 20°C, viscosidad del lub.
D	0.1	m	Diámetro de la chumacera
Cr	35x10⁻ ⁶	m	Claro radial
L	(1/4) Dia	m	Longitud de la chumacera
f	100		Fuerza adimensional de presurización
W	800	Ν	Carga impuesta a la chumacera
n	3600	rpm	Velocidad de giro del rotor
Е	0.35		Excentricidad

Tabla 3. 1. Datos de la chumacera hidrodinámica corta

El software ejecuta el Post-Procesador después de haber ingresado el modelo de la chumacera corta y las condiciones de la tabla 3.2. Al finalizar el análisis el programa, muestra los resultados obtenidos, en la figura 3.2; se aprecia con mayor detalle principalmente su visualización de un modelo 3D del diseño y para fines del proyecto, se realizó un corte transversal en dicho modelo y los valores obtenidos, se grafican en 2D. Con los siguientes ejes: Presión (Pa) en el eje de las Ordenadas y Θ (rad), ubicados en el eje de las Abscisas.



Figura 3. 2. Caso clásico obtenido mediante COMSOL®

Posteriormente, en las condiciones de simulación; se ingresa un puerto de Presurización de Lubricante. Al ejecutar el Post-Procesador; el software brinda los siguientes resultados, mostrados en la figura 3.3. Se realiza la misma acción, que en el caso anterior y para indicar la localización del puerto de inyección en el modelo, se utiliza una flecha en color rojo.



Figura 3. 3. Caso presurizado obtenido mediante COMSOL®

Contando con las gráficas de comportamiento de la película con/sin puerto de presurización, se realizó una comparación entre ambos resultados; mostrando de manera gráfica la peculiaridad que demostró la película de lubricante. Denotando que los resultados, se encuentran dentro de los mismos rangos de presión y distancia radial.

La figura 3.4, muestra con mayor claridad la comparación realizada, entre el caso clásico y caso presurizado con un puerto simétrico.



Figura 3. 4. Comparación de casos

3.2.2. SIMULACIÓN VARIANDO LA PRESIÓN DE INYECCIÓN

Las siguientes pruebas analizadas, se implementó el modelo de presurización puntual, utilizando la función Delta de Dirac [22, 23]; lo que permitirá simplificar notablemente los cálculos, para determinar el campo de presión y las características dinámicas del lubricante.

En la figura 3.5, se visualiza dos sistemas de coordenadas: el sistema fijo XOY, donde O es el centro de chumacera y el sistema móvil X'JY', donde J es el centro del muñón. El ángulo de equilibrio φ , se encuentra entre los sistemas de coordenadas; el ángulo β , indica la posición angular del puerto de inyección sistema fijo y para el sistema móvil es $\theta_{\beta} = \pi - \varphi + \beta$. Los vectores unitarios en dirección radial U_r y tangencial U_t .



Figura 3. 5. Sistema de coordenadas muñón- chumacera

Los valores descritos anteriormente, sufren modificaciones por la presurización, lo que hace que el muñón cambie de posición. El puerto de presurización cuenta con ubicación axial z = a y angular arbitraria β .



Figura 3. 6. Ubicación de puerto de presurización

Se denota que la fuerza total de presión es:

$$\Delta F_{pres} = \Delta p * \Delta s = q = constante$$
(3.1)

Por lo consiguiente el modelo de presurización puntual adimensional, está dado por la función espacial Delta de Dirac:

$$(\Delta \bar{p})_{prt} = \bar{q}_{prt} \delta(\bar{z} - a) \delta \left[\theta - \left(\pi + \beta - \varphi_{pres} \right) \right]$$
(3.2)

donde:

$$\bar{q}_{prt} = \frac{P_{fict}}{P_{dim}}, \qquad P_{fict} = \frac{\Delta F_{pres}}{DL}, \qquad P_{dim} = \mu N \left(\frac{R}{C_r}\right)^2$$
(3.3)

índice

Los anterior permite implementarlo para "n" caso de puertos de inyección con ubicación axial y angular arbitraria. Con las consideraciones (2.8) y (3.2), el modelo que describe el campo de presión en una chumacera hidrodinámica presurizada, será:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[h^3(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right] = \left(\frac{L}{D} \right)^2 \bar{q}_{prt} \delta(\bar{z} - a) \delta \left[\theta - \left(\pi + \beta - \varphi_{pres} \right) \right]$$
(3.4)

siendo:

 $-1 \le \overline{z} \le 1$, $p(\overline{z} = \pm 1) = 0$, $h = 1 + \varepsilon \cos \theta$, $0 \le \theta \le 2\pi$ (3.5)

En la figura 3.7, se presenta el conjunto de seis campos generados, utilizando el modelo matemático de presurización (3.4), en un mismo punto de presurización, pero a diferente presión de inyección.



Figura 3.7 a. Caso 0 MPa de presurización



Figura 3.7 b. Caso 1.6 MPa de presurización



Figura 3.7 c. Caso 3.2 MPa de presurización



Figura 3.7 d. Caso 6.4 MPa de presurización



Figura 3.7 e. Caso 16 MPa de presurización



Figura 3. 7 f. Caso 32 MPa de presurización

3.2.3. PROGRAMACIÓN EN MATLAB®

El código generado en MatLab[®] realiza un procesamiento de imagen de las gráficas 2D de COMSOL[®] y las gráficas generadas por un corte transversal medio, de las simulaciones con la función Dirac.

3.2.3.1. PROCESAMIENTO DE IMAGEN

Se manipulan las gráficas dentro del código de MatLab[®] para resaltar únicamente los valores numéricos del comportamiento de la película de lubricante. En la figura 3.8 se puede apreciar con mayor claridad, el realce que se ejecuta a la zona punteada del comportamiento del lubricante; mostrando ambos casos realizados en COMSOL[®] (caso clásico y caso presurizado).



Figura 3. 8. Lectura de pixeles y distinción de las graficas

Al contar con una imagen eficiente, de la cual se denotan los puntos de la curvatura; se continua con la creación de la imagen binaria a partir de la imagen indexada, mostrada en la figura 3.8, con un umbral de .8. cuando se cuenta con la imagen binaria, se utiliza el comando (*not*), para negar o invertir el valor binario de la imagen. Como se puede apreciar en la figura 3.9.



Figura 3. 9. Conversión de valores binarios de las graficas

Para poder contabilizar los puntos que conforman la curva del comportamiento de la película de lubricante, es necesario realizar en primera instancia, la declaración del elemento estructural con el siguiente comando (*SE=strel('square',4)*;). Después se escribe el comando (imerode), para erosionar los puntos de las imágenes recién generadas; obteniendo los siguientes resultados, mostrados en la figura 3.10. Resaltando que dentro del lenguaje M del software MatLab[®], erosión, es la reducción de los limites binarios de cada elemento.



Figura 3. 10. Manipulación de pixeles y erosión

Cuando el programa termina de ejecutar el comando anterior y muestra la imagen erosiona, ejecuta la siguiente línea: (*[L n]=bwlabel(im_dil,4)*;), la cual realiza una vecindad entre pixeles, determinando una vecindad-4. Haciendo mención que dentó del

índice

lenguaje M del software MatLab[®], vecindad, es cuando dos o más pixeles son adyacente, en este caso al ser vecindad-4 los pixeles que serían adyacentes son los que se encuentran conectados en direcciones perpendiculares.

La siguiente línea de código: (*s=regionprops(im_dil,'Centroid'*) ;), al contar con las vecindades, obtenidas por el comando anterior; genera centroide de cada grupo adyacente y muestra el valor de manera de arreglo. Resaltando nuevamente dentro del lenguaje M del software MatLab[®], centroide, es el centro o la media de la vecindad generada.

Se continua con la concatenación de los valores obtenidos por el comando anterior, esto se lleva acabo con la siguiente línea (*centroides* = *cat* (1, *s*.*Centroid*) ;). Al finalizar con la concatenación, el arreglo generado, se separa en dos columnas para designar el valor de las abscisas: (*a*=*centroides*(:,1) ;) y el valor de las ordenas: (*b*=*centroides*(:,2) ;).

Con dichos valores, se realizan ciertos arreglos matemáticos; para designar su valor aproximado de Θ distancia angular, presión y la fuerza equivalente de la presión. Se plotea la fuerza equivalente (eje de las ordenas) contra la distancia angular (eje de las abscisas), con el comando (*figure,plot(c,e,'o')*) y se obtiene la gráfica que se muestra en la figura 3.11



Figura 3. 11. Ploteo de centroides

La programación del procesamiento de imagen, que se desarrolló en el software de MatLab[®], muestra la siguiente lógica de programación; la cual se representa en el diagrama de flujo de la figura 3.12.

Iniciando con la captura o lectura de la imagen, continua con la optimización de la imagen capturada y la generación de diversas variantes de la misma. El siguiente

índice

proceso que se ejecuta; es la erosión, vecindad e identificación del centro. El tercer proceso es la concatenación de los valores de cada pixel y la separación por columnas. Se finaliza con el almacenamiento de los valores reales de cada pixel y la representación gráfica de estos valores.



Figura 3. 12. Diagrama de flujo de procesamiento de imagen

CAPITULO 4. RESULTADOS

4.1. MATLAB®

4.1.1. VALORES

Después de conocer los valores de cada grafica; la información se ingresa en una serie de tablas, las cuales serán almacenadas en Excel, para posteriormente utilizar dichos documentos en el software Wolfram Mathematica[®].

A continuación, se muestra algunos valores obtenidos:

a. CASO CLÁSICO

En este caso único, permite desarrollar un solo polinomio; por lo cual, los datos fueron ingresados en su totalidad, 52 valores para ser especifico; en una tabla almacenada en Excel lleva el siguiente arreglo:

Theta (rad)	Presión (MPa)	Fuerza Equivalente
-3.0470	-1.1366	-3.5518
-2.9408	-2.1454	-6.7043
-2.8358	-2.9396	-9.1863
-2.7333	-3.4778	-10.8681
-2.5775	-3.7918	-11.8495
-2.4169	-3.7257	-11.6427

Tabla 4. 1. Arreglo de tabla de Excel, caso sin presurización

b. CASO PRESURIZADO

Para los siguientes casos, se pretende conocer 2 polinomios para cada caso, debido a la discontinuidad que existe por el comportamiento de la inyección de

lubricante; el almacenamiento de información, lleva el arreglo presentado en la tabla 6.2; para una mejor manipulación de datos:

Theta1 (rad)	Theta2 (rad)	Presión (MPa)	Fuerza Equ. 1	Fuerza Equ. 2
-3.2609	-0.0387	-1.1190	-3.4969	8.3266
-3.1506	-0.0355	-2.1266	-6.6457	9.3612
-3.0403	0.0368	-2.9205	-9.1266	7.3810
-2.9299	0.0752	-3.4549	-10.7965	6.4583
-2.8196	0.1437	-3.7297	-11.6553	5.5211
-2.6984	0.2306	-3.7884	-11.8387	4.6606

Tabla 4. 2. Arreglo de tabla de Excel, casos presurizados

4.1.2. POLINOMIO DE CAMPO DE PRESIÓN

4.1.2.1. Caso Clásico de la Chumacera Corta

La primera gráfica describe el comportamiento del caso clásico. Dichos valores se ingresan a una función denominada (*FIT*), con la cual se obtendrá el polinomio que se describe la curva mostrada; para este caso se utiliza un polinomio grado 7.

Para corroborar si la curva es semejante al ploteo de los valores, se grafican como se observa en la figura 4.1.



Figura 4. 1. Grafica del campo de presión y los centroides, caso clásico

En la (4.1) muestra el polinomio del campo de presión, que se asemeja al comportamiento de la película de lubricante y la tabla 6.3, los coeficientes del mismo.

$$f = p1x^7 + p2x^6 + p3x^5 + p4x^4 + p5x^3 + p6x^2 + p7x + p8$$
(4.1)

Símbolo	Valor
р1	-0.0197
p2	0.0024
р3	0.1281
<i>p4</i>	-0.0353
p5	0.4572
р6	0.1256
<i>p7</i>	1.5775
p8	-0.0596

Tabla 4. 3. Coeficientes del polinomio

4.1.2.2. Caso presurizado de la chumacera corta

Se realiza la selección del grado para los polinomios, lo que permite definir la curvatura del comportamiento de lubricante; en la figura 4.2, se aprecia los campos de presión.



Figura 4. 2. Grafica de los campos de presión, caso presurizado

Con la función (*FIT*), e ingresando los primeros 30 valores; el polinomio que ajusta a la curvatura es de grado 5:

$$f = p1x^5 + p2x^4 + p3x^3 + p4x^2 + p5x + p6$$
(4.2)

para la zona restante, el polinomio seleccionado es de grado 6; el ajuste para ambas partes es el idóneo y no presenta fallas en la discontinuidad que ejerce el puerto de inyección.

$$f1 = p1x^6 + p2x^5 + p3x^4 + p4x^3 + p5x^2 + p6x + p7$$
(4.3)

En la tabla siguiente, se presentan los coeficientes de cada campo de presión:

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
p1	-0.4226	p1	0.4404
p2	-1.0695	p2	-5.2092
р3	4.2699	р3	21.7587
<i>p4</i>	15.7564	р4	-42.1386
p5	20.4564	p5	43.1459
рб	8.9193	рб	-22.5174
		p7	7.9926

Tabla 4. 4. Coeficientes de los polinomios (4.2) y (4.3)

4.1.3. CAMPO DE PRESIÓN A DIFERENTES FUERZAS DE INYECCIÓN 4.1.3.1. Caso 1: 0 MPa de presurización

Para este caso, se muestra el resultado del modelo clásico, más el modelo presurizado de la función Delta, por lo cual, se genera dos polinomios por la discontinuidad mínima que presenta en el puerto de inyección.

El primer campo de presión, tiene un ajuste del 94% de exactitud por las curvaturas presentes en la figura 4.3, y el segundo campo, una exactitud del 98% de ajuste.



Figura 4. 3. Grafica de los polinomios y centroides, del caso sin presurizar

El primer campo de presión generado esta es un polinomio grado 5, el cual se representa en (4.4):

$$f = p1x^5 + p2x^4 + p3x^3 + p4x^2 + p5x + p6$$
(4.4)

El segundo polinomio es de grado 4, debido a que no presenta presurización de lubricante, el corte se realiza a una distancia de -0.5 rad de distancia angular. En la ecuación (4.5) se muestra el campo de presión.

$$f1 = p1x^4 + p2x^3 + p3x^2 + p4x + p5$$
(4.5)

Los coeficientes de cada campo de presión, se muestran en la tabla 4.5

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
<i>p1</i>	3.773	p1	0.1097
<i>p2</i>	29.44	p2	-1.092
р3	66.75	р3	3.259
<i>p4</i>	14.26	р4	-4.457
p5	-81.33	p5	2.369
<i>p6</i>	-42.69		

4.1.3.2. Caso 2: 1.6 MPa de presurización

Para este caso, se le realiza una inyección puntual a 1.6MPa; lo cual se visualiza en la figura 4.4, con una eficiencia de ajuste mayor al 96% para ambos campos de presión.



Figura 4. 4. Grafica de polinomios y centroides, caso 1.6 MPa

Al implementar los primeros 32 valores, de este caso de análisis, se decide implementar un polinomio grado 7; en la figura 4.4, se permite apreciar que la sección azul es el primer campo de presión.

$$f = p1x^7 + p2x^6 + p3x^5 + p4x^4 + p5x^3 + p6x^2 + p7x + p8$$
(4.6)

Para el segundo polinomio se implementa únicamente los últimos valores; debido a la discontinuidad, que existe en el puerto puntual de inyección. En polinomio que representa el campo de presión es de grado 4, se muestra en la ecuación (4.7):

$$f1 = p1x^4 + p2x^3 + p3x^2 + p4x + p5$$
(4.7)

En la tabla siguiente se aprecian los coeficientes de los campos de presión, para cada polinomio:

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
р1	0.2876	р1	2.125
p2	1.399	p2	-24.48
р3	-0.4798	р3	103.3
<i>p4</i>	-7.048	<i>p4</i>	-191
p5	1.766	p5	130.7
р6	9.653		
p7	-6.332		
p8	1.738		

Tabla 4. 6. Coeficientes de los polinomios (4.6) y (4.7)

4.1.3.3. Caso 3: 3.2 MPa de presurización

El tercer caso que se implementa, denota un pico de presurización alto; con respecto al caso presurizado de COMSOL[®], pero aún está dentro de los parámetros normales aproximados que mostraría el comportamiento de lubricante en su etapa nominal. La ilustración siguiente, muestra los polinomios contra los centroides.



Figura 4. 5. Grafica de centroides y polinomios, caso 3.2 MPa

Se desarrollan los dos polinomios, el primero ingresando los primeros 33 valores, y se elige un polinomio de grado 7; el polinomio seleccionado, se expresa en la fórmula 4.8:

$$f = p1x^7 + p2x^6 + p3x^5 + p4x^4 + p5x^3 + p6x^2 + p7x + p8$$
(4.8)

Para el segundo polinomio se implementa únicamente los 10 valores sobrantes; debido a la deformación, la cual es la zona de estudio. Para la forma que muestra se opta por un polinomio grado 5; a continuación, se muestra el polinomio obtenido:

$$f1 = p1x^5 + p2x^4 + p3x^3 + p4x^2 + p5x + p6$$
(4.9)

La tabla siguiente, muestra los coeficientes del campo de presión:

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor		
p1	0.3188	p1	-5.407		
p2	1.606	p2	76.67		
р3	-0.1366	р3	-432		
p4	-7.234	p4	1207		
p5	1.11	p5	-1671		
<i>p6</i>	9.497	р6	917.6		
p7	-6.151				
p8	1.803				

Tabla 4. 7. Coeficientes de los polinomios (4.8) y (4.9)

4.1.3.4. Caso 4: 6.4 MPa de presurización

Para este caso, la presión en el puerto de inyección, supera a la presión máxima del lubricante; permite considerar una variación en la comparativa de información. Se visualiza dicho comportamiento, mencionado en la figura 4.6.



Figura 4. 6. Grafica de los polinomios y centroides para el caso 6.4 MPa

Se desarrollan los dos polinomios, el primero ingresando los primeros 30 valores, y se elige un polinomio de grado 7; la siguiente formula muestra el polinomio conseguido:

$$f = p1x^7 + p2x^6 + p3x^5 + p4x^4 + p5x^3 + p6x^2 + p7x + p8$$
(4.10)

Para el segundo polinomio se implementa únicamente los 10 valores sobrantes; debido a la deformación, la cual es la zona de estudio. Para la forma que muestra se opta por un polinomio grado 5; mostrado en la ecuación (4.11) y la tabla 6.8, se muestran los coeficientes del campo de presión, para ambos polinomios:

$$f1 = p1x^5 + p2x^4 + p3x^3 + p4x^2 + p5x + p6$$
(4.11)

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
р1	0.2034	p1	-10.9
p2	1.062	<i>р2</i>	145.5
р3	0.1385	р3	-772.8
<i>p4</i>	-4.181	р4	2042
p5	0.9421	p5	-2685
<i>p6</i>	5.601	<i>p6</i>	1403
p7	-4.558		
p8	-2.087		

Tabla 4. 8. Coeficientes de los polinomios (4.10) y (4.11)

Los campos muestran un ajuste, superiores del 96% de exactitud.

4.1.3.5. Caso 5: 16 MPa de presurización

El penúltimo caso, muestra que la presión de inyección incremento considerablemente, a comparación con los casos anteriores; por lo cual permite considerar ciertas limitantes para la propuesta del modelo de presurización, debido a que es posible que el rotor, sufra un desplazamiento ineficiente, una mayor excentricidad.



Figura 4. 7. Polinomios y centroides del caso 16 MPa

Los dos polinomios generados son los siguientes, en el primero se ingresan los primeros 27 valores, permitiendo seleccionar un polinomio de grado 8; la fórmula 4.12 muestra el polinomio conseguido:

$$f = p1x^{8} + p2x^{7} + p3x^{6} + p4x^{5} + p5x^{4} + p6x^{3} + p7x^{2} + p8x + p9$$
(4.12)

Para el segundo polinomio, se implementan los 12 valores restantes; permitiendo generar por un polinomio grado 6; para contar con una mayor exactitud del comportamiento. A continuación, se muestra el polinomio obtenido (4.13) y los valores de cada coeficiente, de los campos de presión:

$$f1 = p1x^6 + p2x^5 + p3x^4 + p4x^3 + p5x^2 + p6x + p7$$
(4.13)

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
<i>p1</i>	0.07272	p1	69.02
p2	0.6811	p2	-1048
р3	1.747	р3	6578
<i>p4</i>	-0.7245	р4	-2.186e+04
p5	-6.367	p5	4.058e+04
р6	-0.495	р6	-3.991e+04
p7	6.562	p7	1.625e+04
p8	-1.286		
p9	-7.558		

Tabla 4. 9. Coeficientes de los polinomios (4.12) y (4.13)

4.1.3.6. Caso 6: 32 MPa de presurización

Para el último caso presentado, el pico máximo alcanzado; muestra una disipación del comportamiento de lubricante en zona estable, la figura 4.8, permite apreciar dicho comportamiento.



Figura 4. 8. Centroides y polinomios, caso 32 MPa

Los dos polinomios generados son los siguientes, en el primero implementado 29 valores, y un polinomio de grado 8; tiene una aproximación considerable a la curva estudiada y la formula 4.14 muestra dicho polinomio:

$$f = p1x^{8} + p2x^{7} + p3x^{6} + p4x^{5} + p5x^{4} + p6x^{3} + p7x^{2} + p8x + p9$$
(4.14)

Para el segundo polinomio, se implementan los 11 valores restantes; permitiendo generar por un polinomio grado 5; para contar con una mayor exactitud del comportamiento. A continuación, se muestra el polinomio obtenido:

$$f1 = p1x^5 + p2x^4 + p3x^3 + p4x^2 + p5x + p6$$
(4.15)

La tabla 4.10, se aprecian los coeficientes de los polinomios obtenidos.

índice

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor		
<i>p1</i>	0.05889	p1	-16.96		
p2	0.5602	p2	222.6		
р3	1.578	р3	-1160		
<i>p4</i>	0.1888	<i>p4</i>	3004		
<i>p5</i>	-4.335	<i>p5</i>	-3864		
р6	-1.943	р6	1968		
<i>p7</i>	3.581				
<i>p8</i>	0.1797				
p9	-9.193				

Tabla 4. 10. Coeficientes de los polinomios (4.14) y (4.15)

4.1.4. AJUSTE DE CURVA

Para poder apreciar con mayor claridad, el polinomio que se obtuvo mediante la función fit, se utiliza la aplicación "Ajuste de Curva", que se encuentra en la librería del software MatLab[®]. En la siguiente figura, se aprecia la ventana de la aplicación:

📣 Curve Fitt	ting Tool									-	
<u>F</u> ile F <u>i</u> t <u>V</u>	iew <u>T</u> ools	<u>D</u> esktop	<u>W</u> indow	<u>H</u> elp							× 5 *
	e, e, e	W. 44 II	I III 🕰							Ħ	
untitled f	it1 ×	F									
Fit name: untitled fit 1				Interpolant v					🗹 Auto fit		
X data:	(none)		\sim	Meth	nod: Line	ar			~	Fit	
Y data:	(none)		\sim		Center and	l scale					
Z data:	(none)		\sim								
Weights	(none)		\sim								
Deculte						Select da	ata to fit cu	irves or sur	faces.		
Table of Fits											۲
Fit name 🔺	Data	Fit type	SSE	R-square	DFE	Adj R-sq	RMSE	# Coeff	Validatio	Validatio	Validatio
untitled		linearinterp									

Figura 4. 9. Script del toolbox "Ajuste de Curva"

"Ajuste de Curva", requiere ingresar los valores de los ejes que se graficaran; los cuales fueron obtenidos anteriormente, la aplicación muestra la gráfica a modelar; posteriormente solicita la operación que se desea realizar, para obtener la curvatura de la gráfica. Para este proyecto, se desarrolló de un polinomio de comportamiento de la película de lubricante. Para ambos casos, se seleccionó el grado del polinomio, que genero la función fit.

untitled fit 1 × +		
Fit name: untitled fit 1 X data: c ~	Polynomial v Degree: 1 v Robust: Off v	Auto fit
Y data: e 🗸	_	Stop
Z data: (none) ~ Weights: (none) ~	Center and scale	

Figura 4. 10. Selección de los valores

La App "Ajuste de Curva" plotea los valores de cada caso y el polinomio que se desea; esto permite verificar si el polinomio es el requerido o tiene que haber una disminución o aumento del grado del mismo. En la figura siguiente, se aprecia el ploteo de ambos casos.



Figura 4. 11. Grafica de los valores y el polinomio a generar

A la par muestra un cuadro de valores, localizado en el lado izquierdo de la ventada de trabajo, los cuales son un cálculo aproximado de la exactitud con la que cuenta el polinomio, el polinomio que se generó y los valores de las (p). En la siguiente ilustración se muestra los valores de aproximación del ajuste, con los que cuenta el polinomio.

Table of Fits 0												
Fit name 🔺	Data	Fit type	SSE	R-square	DFE	Adj R-sq	RMSE	# Coeff	Validation	Validation	Validation	
🔲 con pue	g vs. c	poly9	81.9427	0.9723	55	0.9678	1.2206	10				^
🔲 con pue	g vs. c	smoothing	1.2655	0.9996	3.5448	0.9923	0.5975	61.4552				
🔲 sin puerto	g vs. c	poly7	2.9732	0.9988	52	0.9987	0.2391	8				v

Figura 4. 12. Estadísticas de bondad de ajuste

Estas pruebas de ajuste se realizaron, para los polinomios generados de los diversos casos de análisis; contando con una bondad de ajuste del 97 al 95 % de exactitud. Remarcando que estos ensayos, fueron de carácter metódico.

4.2. PROGRAMACIÓN EN MATHEMATICA®

Con las tablas generadas en Excel, en el programa Wolfram Mathematica; se importa la información de las mismas; e implementando el comando (*Fit*), se genera el polinomio deseado; el cual permitirá comparar valores y conocer las fuerzas radia y tangencial, de manera constante; para esta lectura del lubricante.

4.2.1. POLINOMIO DE CAMPO DE PRESIÓN

4.2.1.1. Caso Clásico

Se importan los valores obtenidos de MatLab y mediante el comando (*ListPlot[]*); se grafica la siguiente ilustración.





Posteriormente, se ingresa el comando 4.16; indicando que mediante la tabla llamada "data", genere un polinomio grado 7.

$$A = \text{Fit}[\text{data}, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7\}, x]$$
(4.16)

Por lo cual, Mathematica brinda el siguiente polinomio:

 $-0.059 + 1.577x + 0.125x^{2} + 0.457x^{3} - 0.035x^{4} + 0.128x^{5} + 0.0024x^{6} - 0.019x^{7}$ (6.17)



Conociendo la ecuación 4.17, se íntegra el polinomio, en dos operaciones multiplicado por Coseno y Seno respectivamente; y así obtener el valor constante de la fuerza radial 4.18 y la fuerza tangencial 4.19, con las que cuenta:

$$fr = 1/4 * (Integrate[A * Cos[c], \{c, 0, pi\}])$$
(4.18)

$$ft = 1/4 * (Integrate[A * Sin[c], \{c, 0, pi\}])$$
(4.19)

Al resolver las integrales, se obtuvieron los siguientes valores constantes; de las fuerzas (4.18) y (4.19), del campo de presión de COMSOL[®]. La expresión (4.20) marca la fuerza radial del campo de presión no presurizado y la (4.21), la fuerza tangencial del mismo campo.

 $\frac{1}{4}(7.992 - 22.517x + 43.145x^2 - 42.138x^3 + 21.758x^4 - 5.209x^5 + 0.440x^6)Sin[pi]$ (4.20)

$$\frac{1}{4}(7.992 + 22.517x(-1. + \cos[pi]) - 43.1458x^{2}(-1. + \cos[pi]) + 42.1385x^{3}(-1. + \cos[pi]) - 21.758x^{4}(-1. + \cos[pi]) + 5.209x^{5}(-1. + \cos[pi]) - 0.44x^{6}(-1. + \cos[pi]) - 7.992\cos[pi])$$

$$(4.21)$$

4.2.1.2. Caso Presurizado

Para este caso presurizado, se le realiza la comparativa de los dos polinomios generados en MatLab[®], por lo que el almacenamiento de los valores, fue realizado en dos tablas; al momento de graficar en Mathematica[®]; se puede apreciar que están dividido en dos colores, para denotar la sección de corte.



Figura 4. 14. Valores almacenados en Excel, caso presurizado

El primer polinomio que se presenta a continuación, está marcado por la parte azul de la figura 4.14.

$$A1 = Fit[data1, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5\}, x]$$
(4.22)

Obteniendo el siguiente resultado (4.23), mostrando una diferencia de milésimas con los valores obtenidos con la función (*fit*) de MatLab[®].

$$8.919 + 20.456x + 15.756x^2 + 4.2698x^3 - 1.0694x^4 - 0.4226x^5 \quad (4.23)$$

Se integra el campo de presión (4.23), implementado la ecuación (4.18) y (4.19); pero variando el valor (A), por el valor de (A1). Obteniendo los siguientes resultados.

$$\frac{1}{4}(8.919 + 20.456x + 15.756x^2 + 4.269x^3 - 1.069x^4 - 0.422x^5)\text{Sin[pi]} \quad (4.24)$$

$$\frac{1}{4}(8.919 - 20.456x(-1 + \cos[\text{pil}]) - 15.756x^2(-1 + \cos[\text{pil}]) - 15.756x$$

$$4.269x^{3}(-1.+\cos[pi]) + 1.069x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 0.422x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 8.919\cos[pi])$$

$$(4.25)$$

Para el segundo polinomio, se utiliza la segunda parte de la gráfica y con el formato (4.26).

$$A2 = Fit[data2, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6\}, x]$$
(4.26)

Obteniendo el siguiente campo de presión (4.27):

$$7.992 - 22.517x + 43.145x^2 - 42.138x^3 + 21.758x^4 - 5.209x^5 + 0.44x^6 \quad (4.27)$$

Cuando se integra (4.27), se obtendrá las siguientes fuerzas; radial (4.28) y tangencial (4.29)

$$\frac{1}{4}(7.99 - 22.51x + 43.14x^{2} - 42.13x^{3} + 21.75x^{4} - 5.20x^{5} + 0.44x^{6})Sin[pi] (4.28)$$

$$\frac{1}{4}(7.992 + 22.517x(-1.+Cos[pi]) - 43.145x^{2}(-1.+Cos[pi]) + 42.138x^{3}(-1.+Cos[pi]) - 21.758x^{4}(-1.+Cos[pi]) + 5.209x^{5}(-1.+Cos[pi]) - 0.44x^{6}(-1.+Cos[pi]) - 7.992Cos[pi])$$
(4.29)

4.2.2. CAMPO DE PRESIÓN DE DIFERENTES FUERZAS DE INYECCIÓN

4.2.2.1. Caso 1: 0 MPa de presurización

Se realiza el mismo arreglo para la obtención de los dos polinomios, descrito con los siguientes formatos (4.30) y (4.34)

índice



Figura 4. 15. Valores almacenados en Excel, caso 0 MPa

El primer polinomio está dado por la parte izquierda de la figura 4.15

$$A = \text{Fit}[\text{data}, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5\}, x]$$
(4.30)

El resultado del polinomio es el siguiente (4.31)

$$-42.69 - 81.325x + 14.263x^{2} + 66.752x^{3} + 29.437x^{4} + 3.772x^{5}$$
(4.31)

Mediante (4.31), se integra y se obtiene la fuerza radial (4.32) y la fuerza tangencial (4.33)

$$\frac{1}{4}(-42.69 - 81.325x + 14.263x^{2} + 66.752x^{3} + 29.437x^{4} + 3.772x^{5})Sin[pi] (4.32)$$

$$\frac{1}{4}(-42.69 + 81.325x(-1.+Cos[pi]) - 14.263x^{2}(-1.+Cos[pi]) - 66.752x^{3}(-1.+Cos[pi]) - 29.437x^{4}(-1.+Cos[pi]) - 3.772x^{5}(-1.+Cos[pi]) + 42.69Cos[pi])$$
(4.33)

El segundo polinomio marca el lado derecho de la figura 4.15

$$A1 = Fit[data1, \{1, x, x^2, x^3, x^4\}, x]$$
(4.34)

Obteniendo el siguiente resultado (4.35)

$$2.368 - 4.457x + 3.259x^2 - 1.092x^3 + 0.109x^4 \tag{4.35}$$

Cuando se integra (4.35), se obtiene las siguientes fuerzas; radial (4.36) y tangencial (4.37)

$$\frac{1}{4}(2.368 - 4.457x + 3.259x^2 - 1.092x^3 + 0.109x^4)\operatorname{Sin}[\text{pi}]$$
(4.36)

$$\frac{1}{4}(2.368 + 4.457x(-1.+\cos[pi]) - 3.259x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 1.092x^{3}(-1.+\cos[pi]) - 0.109x^{4}(-1.+\cos[pi]) - 2.368\cos[pi])$$
(4.37)

4.2.2.2. Caso 2: 1.6 MPa de presurización

Para este caso, la presurización se mantiene dentro del margen máximo a comparación del caso no presurizado; indicando que la función Dirac, es una alternativa de análisis. Para muestra la figura 4.16



Figura 4. 16. Valores almacenados en Excel, caso 1.6 MPa

El primer polinomio que se genera (4.39), implementa el comando en Mathematica[®], expresado en la ecuación (4.38)

 $A2 = Fit[data2, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7\}, x]$ (4.38)

 $1.737 - 6.332x + 9.652x^2 + 1.765x^3 - 7.048x^4 - 0.479x^5 + 1.398x^6 + 0.287x^7$ (4.39)

Integrando el polinomio (4.39), dentro de la expresión (4.18) y (4.19); respectivamente, se obtienen los resultados (4.40) y (4.41)

$$\frac{1}{4}(1.737 - 6.332x + 9.652x^2 + 1.765x^3 - 7.0481x^4 - 0.4798x^5 + 1.398x^6 + 0.287x^7)$$
Sin[pi] (4.40)

índice

$$\frac{1}{4}(1.737 + 6.332x(-1.+\cos[pi]) - 9.652x^{2}(-1.+\cos[pi]) - 1.765x^{3}(-1.+\cos[pi]) + 7.048x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 0.479x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 1.398(-1.+\cos[pi]) - 0.287x^{7}(-1.+\cos[pi]) - 1.737\cos[pi])$$
(4.41)

El segundo polinomio (4.43), se obtuvo por medio del comando (4.42)

A3 = Fit[data3, {1,
$$x, x^2, x^3, x^4$$
}, x] (4.42)

$$130.666 - 191.001x + 103.276x^2 - 24.483x^3 + 2.124x^4 \tag{4.43}$$

Integrando (4.42), se obtiene la fuerza radial (4.44) y fuerza tangencial (4.45)

$$\frac{1}{4}(130.666 - 191.001x + 103.276x^2 - 24.483x^3 + 2.124x^4)Sin[pi]$$
(4.44)

$$\frac{1}{4}(130.666 + 191.001x(-1.+\cos[pi]) - 103.276x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 24.483x^{3}(-1.+\cos[pi]) - 2.124x^{4}(-1.+\cos[pi]) - 130.666\cos[pi])$$
(4.45)

4.2.2.3. Caso 3: 3.2 MPa de presurización

La inyección de lubricante, se sigue mantiene dentro del margen máximo a comparación del caso no presurizado; indicando que la función Dirac, continúa siendo una alternativa de análisis, como se muestra en la figura 4.17.



Figura 4. 17. Valores almacenados en Excel, caso 3.2 MPa

El polinomio (4.47); siendo un grado 7, utilizando el comando en Mathematica[®] (4.46).

A4 = Fit[data4, {1, x,
$$x^2$$
, x^3 , x^4 , x^5 , x^6 , x^7 }, x] (4.46)

 $1.8 - 6.15x + 9.496 + 1.109x^3 - 7.234x^4 - 0.136x^5 + 1.605x^6 + 0.318x^7$ (4.47)

Integrando el campo de presión (4.47), se obtiene la fuerza radial (4.48) y fuerza tangencial (4.49)

$$\frac{1}{4}(1.8 - 6.15x + 9.496x^2 + 1.109x^3 - 7.234x^4 - 0.136x^5 + 1.6057x^6 + 0.318x^7)$$
Sin[pi] (4.48)

$$\frac{1}{4}(1.8 + 6.15x(-1.+\cos[pi]) - 9.496x^{2}(-1.+\cos[pi]) - 1.109x^{3}(-1.+\cos[pi]) + 7.234x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 0.136x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 1.6x^{6}(-1.+\cos[pi]) - 0.318x^{7}(-1.+\cos[pi]) - 1.8\cos[pi])$$
(4.49)

El segundo polinomio (4.51); siendo un grado 5, utilizando el comando en Mathematica[®] (4.50).

$$A5 = Fit[data5, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5\}, x]$$
(4.50)

 $903.05 - 1656.321x + 1207.186x^2 - 436.981x^3 + 78.562x^4 - 5.6203x^5$ (4.51)

Integrando el campo de presión (4.51), se obtiene la fuerza radial (4.52) y fuerza tangencial (4.53)

$$\frac{1}{4}(903.05 - 1656.321x + 1207.186x^2 - 436.981x^3 + 78.562x^4 - 5.62x^5)Sin[pi]$$
(4.52)

$$\frac{1}{4}(903.05 + 1656.321x(-1.+\cos[pi]) - 1207.186x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 436.981x^{3}(-1.+\cos[pi]) - 78.562x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 5.62x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 903.05\cos[pi])$$
(4.53)

4.2.2.4. Caso 4: 6.4 MPa de presurización

En la figura 4.18, la inyección de lubricante aumento considerablemente, a comparación al caso presurizado de COMSOL[®], por lo cual la función de Dirac; se vuelve incompatible, para ciertas presiones.



Figura 4. 18. Valores almacenados en Excel, caso 6.4 MPa

El polinomio que se obtiene (4.55), muestra algunas variaciones de valores, con respecto a los resultados de MatLab[®]. se obtuvo mediante la expresión (4.54)

$$A6 = Fit[data6, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7\}, x]$$
(4.54)

 $-2.086 - 4.557x + 5.601x^{2} + 0.942x^{3} - 4.18x^{4} + 0.138x^{5} + 1.062x^{6} + 0.203x^{7}$ (4.55)

Cuando integramos la expresión (4.55), se obtienen las fuerzas radial y tangencial, (4.56) y (4.57), respectivamente.

$$\frac{1}{4}(-2.086 - 4.557x + 5.601x^{2} + 0.942x^{3} - 4.18x^{4} + 0.138x^{5} + 1.062x^{6} + 0.203x^{7})\text{Sin[pi]}$$
(4.56)
$$\frac{1}{4}(-2.086 + 4.557x(-1.+\cos[pi]) - 5.601x^{2}(-1.+\cos[pi]) - 0.942x^{3}(-1.+\cos[pi]) + 4.18x^{4}(-1.+\cos[pi]) - 0.138x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 1.062x^{6}(-1.+\cos[pi]) - 0.203x^{7}(-1.+\cos[pi]) + 2.086\cos[pi])$$
(4.57)

Hablando del polinomio (4.59), obtenido por la expresión (4.58), la cual marca que es un polinomio grado 5.

$$A7 = Fit[data7, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5\}, x]$$
(4.58)

índice

 $1402.574 - 2684.624x + 2041.737x^2 - 772.751x^3 + 145.486x^4 - 10.901x^5$ (4.59)

Cuando integramos el polinomio descrito, se obtiene (4.60) fuerza radial y (4.61) fuerza tangencial

$$\frac{1}{4}(1402.574 - 2684.624x + 2041.737x^2 - 772.751x^3 + 145.486x^4 - 10.901x^5)Sin[pi]$$
(4.60)

$$\frac{1}{4}(1402.574 + 2684.624x(-1.+\cos[pi]) - 2041.737x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 772.751x^{3}(-1.+\cos[pi]) - 145.486x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 10.901x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 1402.574\cos[pi])$$
(4.61)

4.2.2.5. Caso 5: 16 MPa de presurización

En la figura siguiente, se aprecia un comportamiento errático, por parte de la inyección de lubricante; por lo cual, se designa que la función Delta, no está diseñada para modelar altas presiones.



Figura 4. 19. Valores almacenados en Excel, caso 16 MPa

El primer polinomio que se genera (4.63), implementa el comando en Mathematica[®], expresado en la ecuación (4.62)

$$A8 = Fit[data8, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8\}, x]$$
(4.62)

 $-7.557 - 1.286x + 6.562x^{2} - 0.494x^{3} - 6.366x^{4} - 0.724x^{5} + 1.747x^{6} + 0.681x^{7} + 0.072x^{8}$ (4.63)

Integrando el polinomio (4.63), dentro de la expresión (4.18) y (4.19); respectivamente, se obtienen los resultados (4.64) y (4.65)

$$\frac{1}{4}(-7.557 - 1.286x + 6.562x^2 - 0.494x^3 - 6.366x^4 - 0.724x^5 + 1.747x^6 + 0.681x^7 + 0.072x^8)\text{Sin[pi]}$$
(4.64)

$$\frac{1}{4}(-7.557 + 1.286x(-1.+\cos[pi]) - 6.562x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 0.494(-1.+\cos[pi]) + 6.366x^{4}(-1.+\cos[pi]) + 0.724(-1.+\cos[pi]) - 1.747x^{6}(-1.+\cos[pi]) - 0.681x^{7}(-1.+\cos[pi]) - 0.072x^{8}(-1.+\cos[pi]) + 7.557\cos[pi])$$

$$(4.65)$$

El segundo polinomio (4.67), se obtuvo por medio del comando (4.66)

$$A9 = Fit[data9, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6\}, x]$$
(4.66)

 $16245.974 - 39909.71x + 40582.114x^2 - 21861.69x^3 + 6577.719x^4 -$ 1047.788x⁵ + 69.024 (4.67)

Integrando el polinomio (4.67), dentro de la expresión (4.18) y (4.19); respectivamente, se obtienen los resultados (4.68) y (4.69)

$$\frac{1}{4}(16245.974 - 39909.71x + 40582.114x^2 - 21861.69x^3 + 6577.719x^4 - 1047.788x^5 + 69.024x^6)Sin[pi]$$
(4.68)

$$\frac{1}{4}(16245.974 + 39909.71x(-1. + \cos[pi]) - 40582.114x^{2}(-1. + \cos[pi]) + 21861.69x^{3}(-1. + \cos[pi]) - 6577.719x^{4}(-1. + \cos[pi]) + 1047.788x^{5}(-1. + \cos[pi]) - 69.024x^{6}(-1. + \cos[pi]) - 16245.974\cos[pi])$$
(4.69)

índice

4.2.2.6. Caso 6: 32 MPa de presurización

La figura 4.20, corrobora la descripción del caso anterior; la cual indica el comportamiento de inyección, es elevado repercutiendo en una alta excentricidad.



Figura 4. 20. Valores almacenados en Excel, caso 32 MPa

El primer polinomio está dado por la parte izquierda de la figura 4.20

$$A10 = Fit[data10, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8\}, x]$$
(4.70)

El resultado del polinomio es el siguiente (4.71)

$$-6.894 + 0.134x + 2.685x^{2} - 1.457x^{3} - 3.251x^{4} + 0.141x^{5} + 1.183 + 0.42x^{7} + 0.044x^{8}$$

$$(4.71)$$

Mediante (4.71), se integra y se obtiene la fuerza radial (4.72) y la fuerza tangencial (4.73)

$$\frac{1}{4}(-6.894 + 0.134x + 2.685x^2 - 1.457x^3 - 3.251x^4 + 0.141x^5 + 1.183x^6 + 0.42x^7 + 0.044x^8)\text{Sin[pi]}$$
(4.72)

$$\frac{1}{4}(-6.894 - 0.134x(-1.+\cos[pi]) - 2.685x^{2}(-1.+\cos[pi]) + 1.457x^{3}(-1.+\cos[pi]) + 3.251x^{4}(-1.+\cos[pi]) - 0.141x^{5}(-1.+\cos[pi]) - 0.141x^{5}(-1.+$$

 $1.183x^{6}(-1.+\cos[pi]) - 0.42x^{7}(-1.+\cos[pi]) - 0.044x^{8}(-1.+\cos[pi]) + 6.894\cos[pi])$ (4.73)

El segundo polinomio marca el lado derecho de la figura 4.20

$$A11 = Fit[data11, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5\}, x]$$
(4.74)

Obteniendo el siguiente resultado (4.75)

 $1476.329 - 2897.642x + 2252.693x^2 - 870.326x^3 + 166.966x^4 - 12.717x^5$ (4.75)

Cuando se integra (4.75), se obtiene las siguientes fuerzas; radial (4.76) y tangencial (4.77)

 $\frac{1}{4}(1476.329 - 2897.642x + 2252.693 - 870.326x^3 + 166.966x^4 - 12.717x^5)Sin[pi]$ (4.76)

 $\frac{1}{4}(1476.329 + 2897.642x(-1. + \cos[pi]) - 2252.693(-1. + \cos[pi]) + 870.326x^{3}(-1. + \cos[pi]) - 166.966x^{4}(-1. + \cos[pi]) + 12.717x^{5}(-1. + \cos[pi]) - 1476.329\cos[pi])$ (4.77)

CAPITULO 5. CONCLUSIONES

- Al trabajar con valores numéricos; se utiliza un instrumento cognitivo de análisis, permitiendo conocer con mayor exactitud el comportamiento de película de lubricante de una chumacera hidrodinámica, en su carácter nominal.
- El proyecto, permite con seguridad, ser una metodología para la obtención de campos de presión; fuerzas radiales y tangenciales de los mismos.
- 3) Los casos que implementan la función Delta de Dirac, para indicar la inyección de lubricante, muestran una alternativa de comportamiento; sin embargo, comparando con los valores numéricos de COMSOL[®], dicho comportamiento de Dirac, resulta obsoleto.
- Realizar el análisis computacional de las gráficas, presenta, una alternativa confiable y económica para obtener los valores numéricos, de cualquier película de lubricante.
- 5) La comparación de resultados numéricos, entre los softwares MatLab[®] y Wolfram Mathematica[®], es mínima, resultando de carácter decimal; la programación entre ambos softwares difiere, pero permite realizar ciertas funciones similares.
- 6) Los últimos casos sobre la presurización variable, muestran un comportamiento incierto; de manera práctica coinciden, en una posible excentricidad elevada, la cual puede causar que el sistema se vuelva caótico.

Los puntos de cada gráfica. Esto marca un problema en los valores, a razón que no se cuenta con la certeza que sea el valor indicado.

Debido a las diversas pruebas y modificaciones que se realizaban al código; los valores cambiaban, por consiguiente, existía un error en el procesamiento de imagen, tal como se muestra en la siguiente figura:



Figura 5. 1. Procesamiento de imagen de la gráfica, selección de valores

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍAS

- 1. Raimondi, A. a. (1958). A Solution for the Finite Journal Bearing and its Application to Analysis and Design. *ASLE Transactions, Vol. 1*, 159-174; 175-193; 194-209.
- Reynolds, O. (1886). On the Theory of Lubrication and Its Aplications to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philos, Trans. R. Soc. London, Serie A, Vol. 177,Part* 1, 157-234.
- 3. Ocvirk, F. (1952). Short Bearing Approximation for Full Journal Bearings. *National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) TN 2808.*
- 4. Fedor, J. (1960). A Sommerfeld Solution for Finite Bearings with Circumferential Grooves. *ASME Trans, Journal of Basic Engineering*.
- 5. Fedor, J. (1961). Journal Bearings with Arbitrary Position of Source. ASME Trans, Journl of Basic Engineering.
- 6. Lund, J., & Sternlicht, B. (1962). Rotor-Bearing Dynamics with Emphasis on Attenuation. *ASME Trans. Journal of Basic Engineering*, 84, 491-502.
- Lund, J., & Thomsen, K. (1978). A Calculation Method and Data for the Dynamic Coefficients of Oil-Lubricated Journal Bearing. ASME, 1-28.
- 8. Mathew, S., & Pandey, K. (2002). Modelling the Integrated Output of Wind-Driven Roto-Dynamic Pumps. *Renewable Energy*, 1143-1155.
- Lin, J., Lu, R., & Chang, T. (2003). Derivation of Dynamic Couple-Stress Reynold's Equation of Slidingsqueezing Surfaces and Numerical Solution of Plane Inclined Slider Bearing. *Tribology International*, 679.
- 10. Watanable, I. S. (2003). Feasibility of influencing the dynamic fluid film coefficients of multirecess journal by means of active hybrid lubrication. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*.
- Ashok, K., Rudra, P., & Fook, S. (2006). Analytical Solution of the Modified Reynolds Equation for Squeeze Film Damping in Perforated MEMS Structures. Sensor and Actuators A-Physical, 839-848.

- Garcia, A. (2006). Tesis de Doctorado. Investigacion Analitica y Numerica de las Propiedades Dinamicas de Chumaceras Hidrodinamicas con y sin Desalineamiento. Mexico, D.F.: Instituto Politecnico Nacional.
- 13. Vargas, I. R. (2007). Tesis de Doctorado. *Teoria de Chumaceras Presurizadas con Puertos Puntuales: Caso de la Chumacera Corta*. Mexico, D.F: Instituto Politecnico Nacional.
- 14. Bently D, P. (2000). *Dynamic Stiffness and Advantages of Externally Pressurized Fluid Film Bearings*. Orbit, First Quarter.
- 15. Khonsari, M., & Booser, E. (2001). Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication. *John Wiley & Sons*.
- 16. Szeri. (1998). Fluid Film Lubricatión. Theory and Design. *Cambridge University Press*.
- 17. Dubois, G., & Ocvirk, F. (1953). Analitycal Derivation and Experimental evaluation of Short Bearing approximation for full Journal Bearings. *NACA Report 1157*.
- 18. Inc., C. (2017). *COMSOL*. Obtenido de The Application Builder and COMSOL Server: https://www.comsol.com/showcase/application-builder
- 19. Rosa, J. L. (s.f.). Obtenido de MATLAB / Octave: http://nereida.deioc.ull.es/~pcgull/ihiu01/cdrom/matlab/contenido/node2.html
- 20. The MathWorks, I. (1994-2017). *MathWorks*. Obtenido de MatLab: https://es.mathworks.com/products/matlab.html
- 21. Wolfram. (2017). *Wolfram Computation Meets Knowledge*. Obtenido de https://www.wolfram.com/mathematica/
- Nosov, V., Ramírez Vargas, I., & Gómez Mancilla, J. (2005). Uso de Funciones Generalizadas Espaciales en modelos Rotodinámicos Presurizados. 1° Congreso Internacional de Matemáticas Aplicadas. México, D.F.
- Nosov, V., Vargas, I. R., & Mancilla, J. G. (2004). Modelos Matemáticos de Presurización de Lubricante en sistemas Rotatorios usando la función de Dirac. *III Congreso Internacional de Ingeniería Física. UAM.* Azcapotzalco, México D.F.

ANEXO

índice

La programación realizada desde un principio, para el desarrollo del trabajo, se presenta en los anexos A y B.

A. CÓDIGO PRUEBA: CASO CLÁSICO

Se muestra el primero código generado de procesamiento de imagen, del caso clásico en COMSOL[®].

```
% Programa Chumacera Corta Hidrodinamica Sin Puerto de Presurizacion
close all;clear all; clc
88
% Procesamiento de Imagen
a=imread('sin puerto.png');subplot % Lectura de la imagen
a gris=rgb2gray(a); % Conversion de color a escala de grises
a byn=im2bw(a gris,.8); % Conversion de escala de grises a blanco y
nearo
imshow(a byn); % Muestra de imagen
f=60; % No. de interacciones
[x,y] = ginput(f); % lectura de los puntos
22
% Ciclo anidado, obtencion de las coordenas
for i=1:f;
    for j=1:f;
        if i==f;
            a=x;
        end
        if j==1;
            b=y;
        end
    end
end
응응
% Obtencion de valores
c=((7*a)/531)-3.5; %obtencion del valor en el eje x Theta [rad]
d=(((8E6*b)/462)-4E6)*-1; %obtencion del valor en el eje y P [Pa]
% Adimensionamiento de los valores P [Pa] a Fqrt
g=(d*1)/320E3; %obtener el valor equivalente
응응
% Polinomio
ha=fit(c,q,'poly7'); % Obtencion de polinomio
syms p1 p2 p3 p4 p5 p6 p7 p8; % Generacion de valores simbolicos
ha.p1;
ha.p2;
ha.p3;
ha.p4;
ha.p5;
ha.p6;
ha.p7;
ha.p8;
h= 'p1*x^7 + p2*x^6 + p3*x^5 + p4*x^4 + p5*x^3 + p6*x^2 + p7*x + p8';
% Polinomio 7
h1=subs(h,{'p8,p7,p6,p5,p4,p3,p2,p1'},{ha.p8,ha.p7,ha.p6,ha.p5,ha.p4,h
a.p3,ha.p2,ha.p1}); % Sustitucion de valores
88
% Graficas
load census;
plot(ha,c,g,'x')
title('con puerto')
```

```
xlabel('theta')
ylabel('fuerza equivalente')
set(gca,'xtick',[-3.5:3.5]);
set(gca,'ytick',[-15:15]);
%%
% Escritura de valores en Excel
xlswrite('sin puerto.xlsx',c,'Hoja1','A2'); % Valores Theta
xlswrite('sin puerto.xlsx',d,'Hoja1','C2'); % Valores P
xlswrite('sin puerto.xlsx',g,'Hoja1','D2'); % Valores adimensional P
```

B. CÓDIGO PRUEBA: CASO PRESURIZADO

El segundo código generado fue para el caso presurizado en COMSOL[®].

```
% Programa Chumacera Corta Hidrodinamica Con Puerto de Presurizacion
close all;clear all; clc
88
% Procesamiento de Imagen
a=imread('con puerto.png'); subplot % Lectura de la imagen
a gris=rgb2gray(a); % Conversion de color a escala de grises
a byn=im2bw(a gris,.8); % Conversion de escala de grises a blanco y
negro
imshow(a byn); % Muestra de imagen
f=65; % No. de interacciones
[x,y] = ginput(f); % lectura de los puntos
응응
% Ciclo anidado, obtencion de las coordenas
for i=1:f;
    for j=1:f;
        if i==f;
            a=x;
        end
        if j==1;
            b=y;
        end
    end
end
응응
% Obtencion de valores
c=((7*a)/571)-3.5; %obtencion del valor en el eje x Theta [rad]
d=(((8E6*b)/524)-4E6)*-1; %obtencion del valor en el eje y P [Pa]
% Adimensionamiento de los valores P [Pa] a Fqrt
g=(d*1)/320E3; %obtener el valor equivalente
응응
% Polinomio
ha=fit(c,g,'poly9'); % Obtencion de polinomio
syms p1 p2 p3 p4 p5 p6 p7 p8 p9 p10; % Generacion de valores
simbolicos
ha.p1;
ha.p2;
ha.p3;
ha.p4;
ha.p5;
ha.p6;
ha.p7;
ha.p8;
ha.p9;
ha.p10;
```

```
h= 'p1*x^9 + p2*x^8 + p3*x^7 + p4*x^6 + p5*x^5 + p6*x^4 + p7*x^3 +
p8*x^2 + p9*x + p10'; % Polinomio 9
h1=subs(h,{'p10,p9,p8,p7,p6,p5,p4,p3,p2,p1'},{ha.p10,ha.p9,ha.p8,ha.p7
,ha.p6,ha.p5,ha.p4,ha.p3,ha.p2,ha.p1}); % Sustitucion de valores
응응
% Graficas
load census;
plot(ha,c,g,'x')
title('con puerto')
xlabel('theta')
ylabel('fuerza equivalente')
set(gca,'xtick',[-3.5:3.5]);
set(gca,'ytick',[-15:15]);
응응
% Escritura de valores en Excel
xlswrite('con puerto.xlsx',c,'Hoja1','A2'); % Valores Theta
xlswrite('con puerto.xlsx',d,'Hoja1','C2'); % Valores P
xlswrite('con puerto.xlsx',g,'Hoja1','D2'); % Valores adimensional P
```