

# CALENTAMIENTO EN PAREDES Y ESTRUCTURAS METÁLICAS EN TRANSFORMADORES ELÉCTRICOS DE POTENCIA

BAJO LA OPCION:  
TESIS

PARA OBTENER EL TITULO DE:  
MAESTRO EN INGENIERA MECÁNICA

PRESENTA:  
ING. OSCAR PIÑÓN GARCÍA

ASESOR:  
DR. CELERINO RESÉNDIZ ROSAS

REVISORES:  
DR. LUIS MANUEL PALACIOS PINEDA  
DR. ABDIEL GÓMEZ MERCADO

Pachuca de Soto, Hidalgo

Septiembre de 2016

105 Páginas



**División de Estudios de Posgrado e Investigación**  
**Maestría en Ingeniería Mecánica**  
**ACTA**

Siendo las 13:00 horas del 22 de enero de 2016, reunidos en el aula U10, el Consejo de Posgrado en Ingeniería Mecánica manifiesta la APROBACIÓN del trabajo de Tesis titulado: *Calentamiento en paredes y estructuras metálicas en transformadores eléctricos de potencia*, con el siguiente contenido:

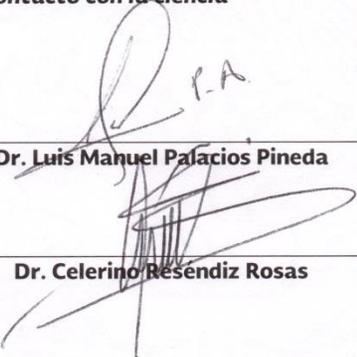
Resumen/Abstract  
Nomenclatura  
Introducción  
Contenido  
Índice de cuadros, gráficas y figuras.  
1. Introducción  
2. Marco Teórico  
3. Método del elemento finito  
4. Análisis de resultados  
Conclusiones y recomendaciones  
Bibliografía  
Apéndices

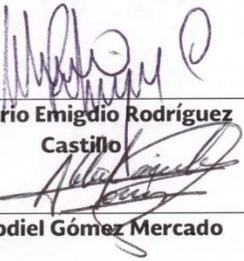
Para cubrir el requisito correspondiente a la Tesis para que el Ing. Óscar Piñón García obtenga el grado de Maestría en Ingeniería Mecánica, bajo la dirección del Dr. Celerino Reséndiz Rosas, profesor de la Maestría en Ingeniería Mecánica de la División de Estudios de Posgrado e Investigación.

**ATENTAMENTE**  
**"El hombre alimenta el ingenio en contacto con la ciencia"**

**EL CONSEJO DE POSGRADO**

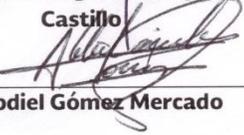
  
Dra. Erika Osiris Ávila Dávila

  
Dr. Luis Manuel Palacios Pineda

  
Dr. Mario Emigdio Rodríguez  
Castillo

  
Dr. Ignacio Ramírez Vargas

  
Dr. Celerino Reséndiz Rosas

  
Dr. Abdiel Gómez Mercado

C.p. Archivo  
LMPP/lmpp

Pachuca de Soto, Hgo., **10/agosto/2016.**

ASUNTO: Autorización de Impresión

OFICIO No. DEPI-150-16

**C. ING. ÓSCAR PIÑÓN GARCÍA  
PRESENTE**

La que suscribe Jefa de la División de Estudios de Posgrado e Investigación, le comunica que los miembros de la Comisión Revisora, designada por el Consejo de Posgrado de la Maestría en Ingeniería Mecánica para examinar su Tesis:

**“Calentamiento en paredes y estructuras metálicas en transformadores eléctricos de potencia”**

se han reunido, y después de intercambiar opiniones manifiestan su aprobación de la Tesis, en virtud que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes y en consecuencia, se autoriza su impresión.

Sin otro particular por el momento, quedo de usted.

**ATENTAMENTE**  
*EL HOMBRE ALIMENTA EL INGENIO EN CONTACTO CON LA CIENCIA”*

  
**DRA. ÉRIKA OSIRIS ÁVILA DÁVILA  
JEFA DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

C.p. Coordinación de Ingeniería Mecánica  
Archivo

EOAD/epr



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
TECNOLÓGICO NACIONAL  
DE MÉXICO  
I. T. PACHUCA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO E INVESTIGACIÓN

# INDICE GENERAL

Resumen .....	iii
Abstract .....	iv
Agradecimientos .....	v
Lista de símbolos.....	vi
Índice de Tablas .....	viii
Índice de figuras .....	viii
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Introducción .....	2
1.2 Descripción del problema.....	4
1.3 Justificación .....	5
1.4 Objetivos .....	5
1.5 Antecedentes .....	6
1.6 Alcance del Proyecto .....	7
Capítulo 2 Marco Teórico .....	10
2.1 Eficiencia en los Transformadores Eléctricos .....	11
2.2 Impedancia de Superficie.....	12
2.3 Profundidad de penetración .....	13
2.4 Ecuaciones fundamentales de Electromagnetismo .....	14
2.5 Vector Poynting.....	17
2.6 Ecuación de continuidad.....	23
2.7 Estrategias de Solución .....	25
2.8 Potencial vector magnético basado en el borde (Edge-Based) .....	28
2.9 Análisis armónico usando el formalismo complejo.....	29
2.10 Transferencia de calor .....	33
2.11 Formulación General de Problemas de Conducción.....	36
2.12 Sistemas con Generación Interna de Calor .....	38
Capítulo 3 Método de Elemento Finito .....	41
3.1 Software ANSYS®.....	42
3.2 Ambiente APDL .....	42
3.3 Construcción de las Geometrías .....	46
3.4 Tipo de Elemento.....	52
3.5 Propiedades del Material .....	56
3.6 Generación de Malla .....	60

3.7 Condiciones de Frontera y aplicación de cargas .....	63
Capítulo 4 Análisis de resultados .....	69
4.1 Resultados del Modelo.....	70
4.2 Validación con resultados experimentales .....	76
4.3 Comparación de Resultados con otros autores .....	78
4.4 Conclusiones .....	79
4.5 Trabajos futuros .....	79
Bibliografía.....	81
Apéndice A .....	86

## **Resumen**

En el presente trabajo se realiza el cálculo de temperaturas de las paredes de tanques y estructuras metálicas de transformadores aplicando el Método de Elemento Finito (MEF), se representa al transformador en tres dimensiones (3D) y se utiliza un modelo paramétrico para la simplificación del problema conservándose un buen grado de precisión en los cálculos. Se comparan los resultados de las simulaciones con valores obtenidos en laboratorios y publicados por otros autores. Utilizando el método de impedancia de superficie se determinan las pérdidas Eddy inducidas en las paredes del tanque y estructuras metálicas con lo cual se realiza el mapeo de las temperaturas debido a la inducción del flujo magnético. El método presentado es una herramienta para determinar las pérdidas Eddy y las temperaturas que estas generan en las paredes del tanque y estructuras metálicas lo cual permite al diseñador tomar decisiones tales como blindar las paredes del tanque para reducir los efectos de las pérdidas Eddy en el costo final de las pérdidas de carga del transformador y limitar las temperaturas a las que las estructuras metálicas y líquido dieléctrico circundantes se verán sometidos durante la operación continua del transformador.

## **Abstract**

The aim of this work is to calculate the temperatures in the transformer tank walls and metallic structures using the Finite Element Method (FEM) and a three dimension model (3D) together with a parametric algorithm that simplifies the problem and provides accurate results. The results from the analysis are compared with the test results and results published by other authors. The Eddy losses in the tank walls and metallic structure are determined by means of the method of surface impedance; using this information it is possible to obtain the temperature maps of tank walls due to the induction of leakage flux. The present method to calculate Eddy losses and metallic structures and tank walls temperature helps the designers to take decisions about the use of shielding in order to reduce the effect of the Eddy losses into the final cost of the load losses of the transformer, as well as limit the temperatures of the metallic structure and dielectric liquid during transformer continuous operation.

## **Agradecimientos**

No habría sido posible concluir esta investigación sin el apoyo que he recibido de mi mujer Sara quién ha sido motivante y en algunas ocasiones exigente. También agradezco a mis padres por haberme enseñado el valor de la perseverancia para alcanzar mis sueños.

A mis hijos: Abraham, Moisés y Samuel que son mis más grandes éxitos y que además son mi motor para continuar en esta aventura llamada vida.

Agradezco sinceramente todo el apoyo recibido por la compañía WEG-Voltran en facilitarme la información para la elaboración de esta investigación así también por la oportunidad de continuar creciendo y aprendiendo todos los días.

Mi agradecimiento a mi Director de Tesis por las orientaciones recibidas y las enseñanzas aprendidas.

A cada uno de mis profesores de la academia de posgrado de Ingeniería Mecánica del Instituto Tecnológico de Pachuca agradezco profundamente ya que en cada clase recibida me han motivado a continuar en mi preparación para poder obtener el grado de Maestro.

## Lista de símbolos

Símbolo	Descripción
$\alpha$	Constante de atenuación
$\beta$	Constante de fase
$\gamma$	Constante de propagación
$\delta$	Profundidad de penetración (mm)
$\epsilon$	Permitividad del material (farads/m)
$\eta$	Eficiencia (%)
$\eta$	Impedancia intrínseca
$\mu$	Permeabilidad ( $\frac{\text{henry}}{\text{m}}$ )
$\mu_r$	Permeabilidad relativa
$\mu_0$	Permeabilidad del vacío ( $\frac{\text{henry}}{\text{m}}$ )
$\mu_{rx}$	Permeabilidad en la dirección x, y, z
$\mu_h$	Permeabilidad derivada de la curva B-H
$\rho$	Densidad de carga por volumen (C/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Conductividad ( $\frac{\text{mhos}}{\text{m}}$ )
$\varphi_g$	Potencial generalizado
$\omega$	Velocidad angular (rad)
$\Omega_0$	Región de espacio libre
$\Omega_1$	Región permeable no conductora
$\Omega_2$	Región conductora
$B$	Densidad de flujo (wb/m <sup>2</sup> )
cos	Coseno (rad)
$D$	Densidad de flujo eléctrico (C/m <sup>2</sup> )
$E$	Intensidad de campo eléctrico (V/m)
$f$	Frecuencia (50 ó 60 Hz)
$H$	Intensidad de campo magnético (A/m)
$H_g$	Campo magnético propuesto o preliminar

$h$	<i>Coeficiente convectivo</i>
$J$	<i>Densidad de corriente total (A/m<sup>2</sup>)</i>
$J_s$	<i>Densidad de corriente de la fuente aplicada (A/m<sup>2</sup>)</i>
$J_e$	<i>Densidad de corriente Eddy inducida (A/m<sup>2</sup>)</i>
$J_v$	<i>Densidad de corriente velocidad (A/m<sup>2</sup>)</i>
$k$	<i>Conductividad térmica</i>
$M_0$	<i>Imanes permanentes</i>
$P$	<i>Vector Poynting</i>
$P_{fe}$	<i>Pérdidas en el núcleo (watts)</i>
$P_{cu}$	<i>Pérdidas en las bobinas (watts)</i>
$P_{stray}$	<i>Pérdidas extrañas (watts)</i>
$P_{tot}$	<i>Pérdidas totales (watts)</i>
$Q^j$	<i>Densidad de potencia Joule de calentamiento por unidad de</i>
$q$	<i>Flujo de calor</i>
$R$	<i>Resistencia (Ohms)</i>
$r$	<i>Vector posición de la fuente de corriente al punto nodo</i>
$S$	<i>Potencia aparente (va)</i>
$S$	<i>Calor interno generado (W /m<sup>3</sup>)</i>
$S_1$	<i>Frontera de W1</i>
$surf_c$	<i>Superficie de la fuente de corriente (m<sup>2</sup>)</i>
$sin$	<i>Seno (rad)</i>
$T$	<i>Temperatura (°C)</i>
$t$	<i>Tiempo (segundo)</i>
$tan$	<i>Tangente (rad)</i>
$V$	<i>Volúmen (m<sup>3</sup>)</i>
$vol_c$	<i>Volúmen de la fuente de corriente</i>
$W$	<i>Densidad de energía magnética</i>
$X$	<i>Reactancia (Ohms)</i>
$z$	<i>Impedancia (Ohms)</i>

## Índice de Tablas

Tabla	Descripción	Página
1	Características eléctricas y geométricas del transformador	9
2	Valores de profundidad de penetración de diferentes materiales	13
3	Constantes reales para el elemento SOLID236	59
4	Resumen de pérdidas	73
5	Resumen de pérdidas con malla refinada	73

## Índice de figuras

Figura	Descripción	Página
1	Modelo en Solid Edge® del transformador mostrando componentes	8
2	Efectos de impedancia de conductor interno	12
3	Penetración del campo dentro de un conductor	21
4	Regiones de campo electromagnético	25
5	Geometría SOURC36	28
6	Ventana emergente de trayectorias GUI	43
7	Ambiente de trabajo de ANSYS APDL®	43
8	Listado de comandos para APDL®	44
9	Ventana de ayuda con ejemplo de comando	44
10	Gráficas obtenidas con los comandos a)PLNSOL, b)PLESOL c)Promediado PLETAB, d) No promediado PLETAB	45
11	Sistema de coordenadas globales	46

12	Sistema de coordenadas locales	47
13	Núcleo representado con bloques rectangulares	48
14	Prisma de diez lados representando el núcleo	48
15	Núcleo trifásico, vistas frontal y lateral	49
16	Cilindros que representan las bobinas de BT y AT	50
17	Ensamble del núcleo con las bobinas	51
18	Bloque representando la pared del tanque	52
19	Elemento SOLID236, 3D 20 nodos	53
20	Mallado de bobina usando SOLID236	54
21	Elemento SOLID90, 3D 20 nodos	54
22	Elemento CIRCU124, opción 0	55
23	Mallado del modelo del transformador	62
24	Vista superior de las mallas de bobinas y núcleo	62
25	Condición de frontera AZ	63
26	Condición de frontera emf y volt en cada nodo de la bobina de AT	64
27	Diagrama eléctrico del transformador mostrando la resistencia $R_s$	65
28	Resistencia eléctrica conectada al volumen de la bobina de BT	66
29	Elemento SOLID90	67
30	Malla utilizando elementos SOLID90	68
31	Salida del comando POWERH para la pared larga	71
32	Salida del comando POWERH para la pared corta	71

33	Salida del comando POWERH para los herrajes	72
34	Salida del comando POWERH para el tirante	72
35	Distribución de temperatura en la pared larga	74
36	Distribución de temperatura en la pared corta	75
37	Distribución de temperaturas en herrajes superior e inferior	75
38	Distribución de temperaturas en tirante	76

## **Capítulo 1 Introducción**

Los programas computacionales que utilizan el método de elemento finito (MEF) son aplicados en el diseño de transformadores eléctricos con el fin de obtener resultados cada vez más confiables y con mayor precisión.

## 1.1 Introducción

Los métodos existentes para el cálculo de las pérdidas Extrañas (Stray Losses) nos muestran cómo calcular la penetración del campo magnético en las paredes del tanque del transformador. Por la complejidad de la geometría del tanque usualmente se hace una simplificación del modelo para permitir una aproximación con bastante precisión de las pérdidas extrañas. Hay estudios comparativos que así lo demuestran [1]. La simplificación del tanque conlleva a la omisión de ciertos elementos reales que llevan adheridos los tanques de los transformadores y que influyen en la distribución de las temperaturas en las paredes del mismo. Por ejemplo el tanque del transformador tiene refuerzos mecánicos que deben soportar presión y vacío absoluto como parte del requerimiento de las Normas y Especificaciones. Estas áreas no permiten la convección del calor hacia el aire circundante ya que debido a los espesores y formas de estos refuerzos forman barreras que evitan la conducción del calor desde el interior del tanque hacia el exterior.

Plantear el problema de encontrar una solución matemática lo suficientemente robusta y con la precisión requerida que incluya los refuerzos y otros elementos insertados sobre las paredes de los tanques conlleva a un esfuerzo computacional enorme. Por ello en este trabajo se propone encontrar una solución práctica que permita representar con un mayor detalle una de las configuraciones actuales de los tanques de transformadores y verificar por medio de termografías la distribución de las temperaturas de los transformadores con diferentes configuraciones.

Las líneas de campo magnético que inciden directamente sobre las paredes del tanque son la principal fuente de calor. Adicionalmente, el calor que están generando las bobinas se transmiten al fluido dieléctrico que los circunda, y que está conteniendo el tanque. Este a su vez transmite el calor a las paredes del tanque y que por convección y radiación llega al aire circundante exterior al tanque. Los elementos de disipación de calor principal en el transformador son los

# Capítulo 1 Introducción

---

radiadores y ventiladores quienes se encargan de mantener dentro de los límites máximos de operación la temperatura en el aceite, el aislamiento (papel y cartón) y el cobre. Esto con el fin de garantizar que los materiales no envejecerán prematuramente acortando la vida útil del transformador y que está garantizado por al menos 30 años.

De lo anterior se puede mencionar que la importancia de conocer la distribución de temperaturas en las paredes del transformador consiste en evitar en todo lo posible incrementos de temperaturas en zonas específicas de las paredes. De no mantenerse éstas dentro de ciertos límites de los materiales adyacentes se podrían provocar problemas incipientes durante la operación tal como la generación de gases en el fluido dieléctrico circundante a las paredes del tanque del transformador. La repercusión económica que esto conlleva son reprocesos que van desde la filtración de aceite en campo hasta el regreso del transformador a la fábrica para su reacondicionamiento desde lugares tan lejanos, todo debido a una falla en el diseño de las paredes.

Actualmente existen métodos para calcular las pérdidas Eddy inducidas en las paredes del tanque debido al flujo magnético que penetra en las paredes de tanques de transformadores [1, 3, 6]. Cada uno de estos métodos requiere de software especializado (como ANSYS) para su realización, que a su vez consumen una cantidad de recursos en hardware y tiempo de diseño, que muchas veces no se tiene. Por eso, para realizar este estudio durante la etapa de diseño se busca desarrollar un método analítico o numérico que a través de la programación se puedan obtener resultados cercanos a lo calculado con un programa de Elemento Finito. Lo anterior requiere preparar un programa que al introducir los valores dimensionales y características del equipo calcule las pérdidas y temperaturas correspondientes en un tiempo bastante corto.

Los transformadores de gran potencia mayores a 100 MVA requieren un cuidado especial en la determinación de la cantidad de pérdidas inducidas en las estructuras metálicas del transformador pues los valores que pueden alcanzar llegan a

# Capítulo 1 Introducción

---

representar hasta un 25% de las pérdidas con carga, razón por la cual se vuelve vital este cálculo. Así también, la evaluación de pérdidas por parte de las compañías de energía son cada vez más exigentes debido a los requerimientos ambientales, y esto conduce a que los fabricantes de transformadores busquen soluciones para reducir las pérdidas y al mismo tiempo ser competitivos.

## 1.2 Descripción del problema

Se busca desarrollar un método para el cálculo de temperaturas en las paredes del tanque del transformador debido a la inducción de corrientes Eddy, que permita determinar el uso de blindajes magnéticos para reducir la inducción en las paredes del tanque. Los transformadores de potencia y transformadores de altas corrientes inducen una cantidad importante de corrientes parásitas en las estructuras metálicas, las cuales pueden provocar un calentamiento excesivo hasta el punto de provocar la falla de la estructura metálica, así como también calentar el líquido aislante que está confinado dentro del tanque, ocasionando generación de gases que podrían derivar en la falla del transformador.

La elaboración del diseño eléctrico requiere del conocimiento de las dimensiones finales del tanque del transformador, pero estas dimensiones son determinadas durante una etapa posterior cuando los proyectistas de la parte activa y conexiones terminan de dibujar y dimensionar el transformador. Así que inicialmente se estiman las dimensiones del tanque con lo cual se calculan las pérdidas del tanque y cuando se encuentran listas las dimensiones finales del tanque se vuelven a recalcular las pérdidas.

Sin embargo, calcular las temperaturas del tanque debido a las pérdidas inducidas no es una tarea fácil de realizar. Lo anterior requiere de un especialista que modele el transformador dentro de un software de elemento finito, y establezca las condiciones de carga, de frontera y los tamaños de malla adecuados para obtener resultados satisfactorios. Adicionalmente, se requiere de computadoras de alto desempeño y el tiempo necesario para resolver el problema.

# Capítulo 1 Introducción

---

El método que se propone en este trabajo supone una mejora en la realización de esta tarea así como la reducción del tiempo para obtener los resultados de pérdidas y temperaturas.

## 1.3 Justificación

Obtener los resultados de pérdidas inducidas en las paredes de tanques y estructuras del transformador deben ser determinadas en las etapas tempranas del proyecto. Una vez definido las dimensiones del transformador y enviados los planos al cliente se vuelve complejo realizar modificaciones posteriores. El cliente usualmente basa todo el diseño de la ingeniería civil y la distribución de la subestación en los planos que le han sido entregados, si las dimensiones llegan a modificarse posteriormente implicará una revisión completa de toda la obra civil.

Lo anterior puede llevar consigo costos asociados que podrían aplicarse al fabricante del transformador, otra de las posibles consecuencias sería la entrega tardía del equipo, que en la mayoría de los casos estos proyectos están penalizados. Contar con un programa que calcule de manera precisa los valores de pérdidas y las temperaturas en el tanque aumenta el grado de confiabilidad en la elaboración de la ingeniería básica y al mismo tiempo se validan los cálculos de pérdidas en el tanque.

## 1.4 Objetivos

El objetivo de este trabajo es establecer la metodología de cálculo para determinar las pérdidas inducidas en las paredes del tanque de un transformador. Se pretende, a partir de los resultados del análisis magnético, calcular las temperaturas en las paredes del tanque del transformador para contar así con una herramienta de cálculo que permita realizar esta determinación de pérdidas y puntos calientes en un periodo de tiempo corto, tal y como se requiere en un área de ingeniería, donde el tiempo de respuesta es vital para atender un plan de producción.

# Capítulo 1 Introducción

---

Así también este trabajo pretende reducir el margen de error de cálculo para la determinación de las pérdidas Eddy inducidas en las paredes del transformador. Esto hará posible obtener un transformador optimizado que cumpla las expectativas de un mercado que busca transformadores más eficientes y con el ahorro de energía suficiente que beneficie al medio ambiente. Se busca la parametrización del modelo 3D que facilitará el cálculo para diversos transformadores y que se convierta en la herramienta de uso cotidiano.

## 1.5 Antecedentes

Existen estudios anteriores [10, 11, 12] que resuelven este problema del cálculo de pérdidas Eddy en las paredes de los tanques y cada uno de ellos establece metodologías que dan resultados muy precisos. Algunos de estos métodos son analíticos y fueron desarrollados hace más de 40 años, y su grado de precisión está en función de las constantes empíricas que los investigadores obtuvieron con pruebas de laboratorio. Muchas de estos estudios se encuentran a resguardo debido a que pertenecen a fabricantes de transformadores. También existen publicaciones recientes [2, 5, 7] presentando trabajos realizados por investigadores independientes donde se presentan metodologías usando las aplicaciones de software actuales y que con el uso del Método de Elemento Finito hacen posible calcular con mayor precisión las pérdidas Eddy inducidas en los elementos estructurales dentro del transformador. Con el modelado del transformador en tres dimensiones se tiene un nivel más comprensible del comportamiento de los flujos magnéticos incidentes en las paredes del tanque y en las secciones donde las temperaturas alcanzan su nivel más alto, todo esto con la ayuda de software de dibujo asistido por computadora (CAD), incluido en ANSYS.

En 1981 aparece la publicación del Artículo “Analysis of Electromagnetic Screen by using Integral Equation Method”, escrito por Krason y Lipinski en la IEEE Transactions [19]. El artículo expone como desarrollar algoritmos que permiten describir las propiedades de una pantalla electromagnética en forma de un cilindro barrenado y también la eficiencia de la pantalla protegiendo el tanque

# Capítulo 1 Introducción

---

ferromagnético colocado en un transformador de potencia. Este método fue utilizado en 1976 por C.S. Biddlecombe para la determinación de corrientes Eddy. El método fue publicado en 1957 por F.G. Tricomi en el artículo “Integral equations” [19].

Después de estos han sido publicados una serie no muy extensa de artículos sobre el tema. Sin embargo estos artículos son bastante profundos y cada uno con métodos más complejos, o una combinación de Métodos. Dentro de los autores más conocidos están: K. Karsai, M. Kozlowski, J. Torowski, E. Schmidt, S. A. Holland, D. Pavlik, R.S. Girgis entre muchos más [1, 32, 33, 34, 35].

En los artículos más recientes del año 2000 se comienza a trabajar con modelado en 2D y 3D con la ayuda del Método de Elemento Finito conjuntamente con el de impedancia de superficie. Algunas otras metodologías han sido presentadas en congresos recientes de la IEEE.

Una de estas Metodologías desarrolladas por investigadores Japoneses utiliza el Método de Ecuación Integral (IEM por sus siglas en inglés) en combinación con el Modelo de Impedancia de Superficie (SIM por sus siglas en inglés) el cual contiene una ventaja sobre el Método de Elemento Finito (MEF) y es que no requiere del Mallado en las regiones que representan el espacio entre el transformador y los elementos estructurales. La ventaja del método es que reduce el tiempo de procesamiento, pero su desventaja es que se deben indicar muchos puntos de observación dentro del objeto a analizar [3].

## 1.6 Alcance del Proyecto

Este proyecto está enfocado al cálculo de las pérdidas Eddy inducidas en las paredes de tanques y estructuras metálicas de transformadores eléctricos trifásicos desde una capacidad de 5 hasta 200 MVA y en tensiones que van desde 13.8 kV hasta los 400 kV. Adicionalmente, se realiza el cálculo de las temperaturas en las paredes del tanque y las estructuras metálicas obteniéndose un mapa de temperaturas que servirá para identificar las ubicaciones donde se encuentren los

# Capítulo 1 Introducción

---

puntos más calientes de estos elementos. Este resultado ayudará al diseñador a determinar las acciones de mejora a realizar en el diseño.

Mediante el uso del Software de Simulación ANSYS® se realiza el modelado de los componentes principales del transformador. La resolución del modelo se realiza utilizando el Método de Elemento Finito que está integrado en el mismo Software. La parametrización se elabora utilizando los comandos y subrutinas disponibles en APDL® que es parte de la familia de herramientas con las que cuenta ANSYS®. Dentro de esta herramienta se desarrolla toda la línea de comandos para el modelado, el mallado, las condiciones de frontera, la solución del modelo, el post-procesamiento, y la visualización de los resultados.

El transformador a analizar será modelado con los siguientes componentes (ver figura 1): una bobina primaria por donde se alimenta la fuente de voltaje, una bobina secundaria donde se conecta la carga y es la que demanda la corriente total del transformador, todas las paredes del tanque del transformador, los herrajes superior e inferior y finalmente los tirantes que sujetan al núcleo de forma vertical.

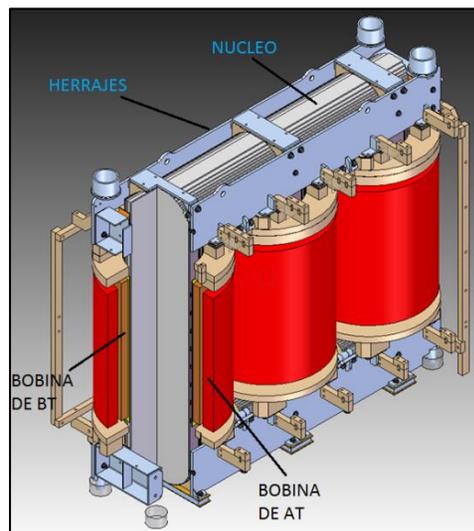


Figura 1. Modelo en Solid Edge® del transformador mostrando componentes.

## Capítulo 1 Introducción

---

Las características del diseño a evaluar son las siguientes:

Capacidad: 10/12.5/14 MVA

Enfriamiento: ONAN/ONAF/ONAF

Tensión: 67 – 24.94 kV

Las dimensiones geométricas del transformador a utilizar para el modelo en tres dimensiones (3D) se muestran en la tabla 1.

	Unidad	Bobina BT	Bobina AT
Sección del núcleo	m <sup>2</sup>	0.59406	
Distancia entre ejes	m	0.775	
Altura de ventana	m	1.110	
Diámetro interior	m	0.424	0.586
Diámetro exterior	m	0.532	0.740
Altura axial	m	0.940	0.900
Número de espiras		288	1340
Resistencia	Ω	0.116164	3.3861

Tabla 1. Características eléctricas y geométricas del transformador.

Para la validación de los cálculos se utilizan los resultados de laboratorio de este transformador que ya ha sido diseñado, manufacturado y probado y que servirán como patrones con el cual pueden ser validados los cálculos que se realicen con el programa a desarrollar. Para simplificación de las simulaciones se modela solamente una de las fases del transformador y los resultados de pérdidas se multiplican por la cantidad total de fases. Así también, se ha buscado simplificar el tiempo de procesamiento para lo cual las simulaciones se realizan utilizando la simetría  $\frac{1}{2}$  para el modelo. Con esto el recurso computacional disminuye significativamente, obteniéndose un programa que puede resolverse en una computadora con las capacidades que utilizan los ingenieros de diseño.

## **Capítulo 2 Marco Teórico**

Los principios que obedecen al comportamiento del campo magnético alrededor de los componentes básicos del transformador están basados en las ecuaciones de Maxwell. Así también, la temperatura inducida en las estructuras es gobernada principalmente por las ecuaciones derivada de la Ley de Fourier y la Ley de enfriamiento de Newton.

### 2.1 Eficiencia en los Transformadores Eléctricos

Los transformadores eléctricos son equipos con una alta eficiencia de transformación de energía, alrededor de 99.8% a su capacidad máxima. Estos son valores típicos muy buenos, solo que hoy en día existe una gran necesidad de aumentar esta eficiencia debido a los costos aunados de la energía eléctrica. Para lograr esto se requieren reducir los valores de pérdidas generados durante la operación normal del transformador.

Las pérdidas generadas en el transformador se encuentran divididas en tres elementos:

$P_{fe}$ = Pérdidas en el núcleo

$P_{cu}$ = Pérdidas en las bobinas

$P_{stray}$ = Pérdidas extrañas

$$P_{tot} = P_{fe} + P_{cu} + P_{stray} \quad (1)$$

Las pérdidas extrañas ( $P_{stray}$ ) originadas por la inducción de corriente debido al flujo magnético que incide sobre los siguientes elementos: herrajes, tirantes, paredes del tanque, y todas las estructuras metálicas que se encuentran en la periferia del núcleo. Estas estructuras deben ser verificadas para evitar que estas pérdidas generen una temperatura que exceda los valores límites del aceite mineral.

Por el tamaño del tanque de los transformadores la mayor parte de las pérdidas extrañas del transformador se encuentran en el tanque. La ventaja de poder determinar con precisión el valor de estas pérdidas y el calor que pueden generar lleva un ahorro en el costo de las pérdidas en operación del transformador. Por esto las empresas de energía solicitan a los fabricantes aumentar la eficiencia impactando adicionalmente en forma directa en beneficio del medio ambiente.

El cálculo de la eficiencia de los transformadores eléctricos se determina por la ecuación 2 mostrada abajo:

## Capítulo 2 Marco Teórico

$$\eta = \frac{S(kVA)}{S(kVA) + P_{fe} + (P_{cu} + P_{stray})} \times 100\% \quad (2)$$

En donde  $S$  es la potencia aparente del transformador en kilovoltamperes. Esta relación de pérdidas es la que determina el consumo energético cada vez que el transformador es energizado y la carga se conecta a uno de sus lados primario o secundario según sea el tipo de transformador.

### 2.2 Impedancia de Superficie

La principal formulación utilizada por varios autores [36, 37] está basada en la impedancia de superficie, la cual se analiza mediante el efecto de campos en un conductor coaxial como está mostrado en la figura 2. En esta el tanque del transformador se interpreta como un devanado adicional al transformador conformado por una espira y debido a los valores de permeabilidad del material del que están contruidos los tanques existe una profundidad de penetración del campo en el espesor de las paredes.

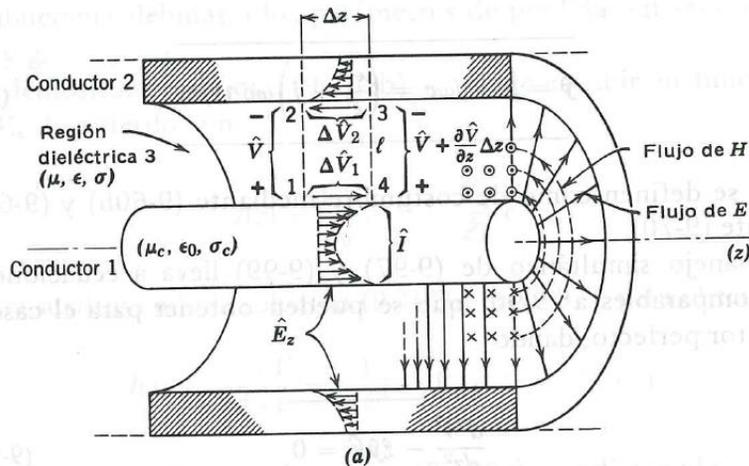


Figura 2. Efectos de impedancia de conductor interno.

La ecuación de la impedancia de superficie se escribe como:

$$z = R + jX = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (3)$$

donde:

$$\omega = \text{Velocidad Angular (rad)} = 2\pi f$$

$$f = \text{Frecuencia (50 ó 60 Hz)}$$

$$\mu = \text{Permeabilidad } \left(\frac{\text{henry}}{\text{m}}\right)$$

$$\sigma = \text{Conductividad } \left(\frac{\text{mhos}}{\text{m}}\right)$$

### 2.3 Profundidad de penetración

La profundidad de penetración (skin depth) es la capacidad que tienen los diferentes materiales para que el campo magnético incidente en su superficie pueda penetrarlos. La ecuación general para la determinación de esta distancia es la siguiente:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (4)$$

El valor de esta profundidad de penetración para algunos materiales, a las frecuencias utilizadas en la industria, se muestra en la tabla 2.

	mm	$f$	$\mu_0$	$\mu_r$	$\sigma$
		Hz			mhos/m
$\delta_{\text{CU}}$	10.34	50	1.26E-06	1	4.74E+07
$\delta_{\text{AL}}$	13.36	50	1.26E-06	1	2.84E+07
$\delta_{\text{MS}}$	2.69	50	1.26E-06	100	7.00E+06
$\delta_{\text{SS}}$	66.78	50	1.26E-06	1	1.14E+06
$\delta_{\text{CU}}$	9.44	60	1.26E-06	1	4.74E+07
$\delta_{\text{AL}}$	12.19	60	1.26E-06	1	2.84E+07
$\delta_{\text{MS}}$	2.46	60	1.26E-06	100	7.00E+06
$\delta_{\text{SS}}$	60.96	60	1.26E-06	1	1.14E+06

Tabla 2. Valores de profundidad de penetración de diferentes materiales.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Los materiales considerados en la tabla 2 son:

CU – Cobre; AL – Aluminio; MS – Mild Steel (Acero Dulce); SS – Stainless Steel (Acero Inoxidable).

Es importante mencionar que cada uno de los materiales anteriores tienen propiedades de permeabilidad relativa y de conductividad diferentes, siendo el acero dulce (Mild Steel) uno de los que tienen una permeabilidad relativa significativamente alta por lo que la profundidad de penetración es pequeña comparada con el Acero Inoxidable (Stainless Steel) por ejemplo. Lo anterior es un factor importante ya que esto nos indica que el acero dulce que se encuentre en la cercanía de un campo electromagnético presentará una inducción de corriente superficial que dependiendo de la intensidad del campo magnético podría presentar corrientes Eddy que produzcan pérdidas y por consecuencia un calentamiento que puede afectar los materiales que se encuentren en contacto con esta pared tal como podría ser el aceite mineral o la pintura exterior e interior del transformador.

### 2.4 Ecuaciones fundamentales de Electromagnetismo

En forma diferencial, las ecuaciones de Maxwell se muestran abajo. Estas son válidas tanto para campos estáticos como para campos dependientes del tiempo, y también son válidas tanto para el espacio libre como para cuerpos de materiales:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} = J_s + J_e + J_v + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (8)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

donde:

$H$  = Intensidad de campo magnético (A/m)

$E$  = Intensidad de campo eléctrico (V/m)

$B$  = Densidad de flujo (wb/m<sup>2</sup>)

$J$  = Densidad de corriente total (A/m<sup>2</sup>)

$J_s$  = Densidad de corriente de la fuente aplicada (A/m<sup>2</sup>)

$J_e$  = Densidad de corriente Eddy inducida (A/m<sup>2</sup>)

$J_v$  = Densidad de corriente velocidad (A/m<sup>2</sup>)

$D$  = Densidad de flujo eléctrico (C/m<sup>2</sup>)

$\rho$  = Densidad de carga por volumen (C/m<sup>3</sup>)

Existen además tres relaciones constitutivas,

$$J = \sigma E \quad (9)$$

$$B = \mu H \quad (10)$$

$$D = \varepsilon E \quad (11)$$

dónde:

$\mu$  = permeabilidad del material (henrys/m)

$\varepsilon$  = permitividad del material (farads/m)

$\sigma$  = conductividad (mhos/m)

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

La relación de la densidad de corriente de conducción ( $J$ ) a la densidad de corriente de desplazamiento ( $\frac{\partial D}{\partial t}$ ) está dada por  $\sigma/(j\omega\epsilon)$ , el cual es muy alto aún para un conductor metálico pobre a muy altas frecuencias ( $\omega$  es la frecuencia en rad/sec). Debido a que el presente análisis es para una frecuencia de potencia baja, la densidad de corriente de desplazamiento es despreciada para el análisis de corrientes Eddy en partes conductoras de los transformadores (cobre, aluminio, acero, etc.). Por lo tanto, la ecuación 5 se simplifica a:

$$\nabla \times E = -j \omega \mu H \quad (12)$$

Tomando común de ambos lados de la ecuación,

$$\nabla \times \nabla \times E = -j \omega \mu \nabla \times H \quad (13)$$

Usando  $\nabla \times H = J$  en la ecuación 12 obtenemos:

$$\nabla \times \nabla \times E = -j \omega \mu J \quad (14)$$

Siguiendo los pasos similares a los utilizados para llegar a la ecuación de difusión  $\nabla^2 H - \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} = 0$  y usando el hecho de que

$$\nabla \cdot E = \left(\frac{1}{\epsilon}\right) \nabla \cdot D = \frac{\rho}{\epsilon} = 0 \quad (15)$$

(toda vez que ninguna carga eléctrica libre está presente) obtenemos

$$\nabla \times \nabla \times E = -\nabla^2 E = -j \omega \mu J \quad (16)$$

Sustituyendo el valor de  $J$  por la ecuación 9,

$$\nabla^2 E = j\omega\mu\sigma E \quad (17)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Ahora, vamos a asumir que el vector campo  $E$  tiene solamente componente a lo largo del eje  $x$ .

$$\nabla^2 E_x = j \omega \mu \sigma E_x \quad (18)$$

La expansión del operador  $\nabla$  conduce a la ecuación diferencial parcial de segundo orden,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = j \omega \mu \sigma E_x \quad (19)$$

La ecuación 19 expresa el campo eléctrico asumiendo que solo tiene componente en el eje  $x$  y que está en función de  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Con esta misma expresión se demuestra que el campo eléctrico es incidente en la superficie de un conductor en  $z=0$  y que se va atenuando hacia el interior del conductor mientras  $z > 0$ . De forma análoga el campo magnético se expresa en función de la componente predominante, perpendicular a la superficie de la pared del tanque quedando la expresión como:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = j \omega \mu \sigma H_y$$

De la expresión anterior se deriva el valor de las pérdidas Eddy por unidad de área apoyados con el teorema de Poynting [30].

### 2.5 Vector Poynting

El teorema de Poynting es la expresión de la ley de la conservación de la energía aplicada a los campos electromagnéticos. Cuando la corriente de desplazamiento es despreciada, tal como en la sección previa, el teorema de Poynting puede ser matemáticamente expresada como:

$$-\oint_S (E \times H) \cdot n \, ds = \int_V H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \, dv + \int_V J \cdot E \, dv \quad (20)$$

Dónde:  $V$  es el volumen encerrado por la superficie  $S$  y  $n$  es el vector unitario normal a la superficie direccionada hacia el exterior. Usando la ecuación 9, la ecuación anterior puede ser modificada como:

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

$$-\oint_S (E \times H) \cdot n \, ds = \int_V H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \, dv + \frac{1}{\sigma} \int_V |J|^2 \, dv \quad (21)$$

Ésta es una forma simple del Teorema de Poynting el cual establece que la entrada neta de energía es igual a la suma de la potencia absorbida por el campo magnético y las pérdidas óhmicas. El vector Poynting está dado por el producto vector

$$P = E \times H \quad (22)$$

el cual expresa la densidad instantánea del flujo de potencia en un punto.

Ahora, con  $E$  teniendo solo la componente  $x$  varía en función de  $z$  solamente, la ecuación 12 se convierte en

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\omega\mu H_y \quad (23)$$

$$H_x = 0, H_z = 0 \quad (24)$$

$$E_x = E_{xp} e^{-\gamma z} \quad (25)$$

Sustituyendo el valor de  $E_x$  de la ecuación 25 y arreglando términos obtenemos

$$H_y = \frac{1}{-j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial z} (E_{xp} e^{-\gamma z}) = \frac{\gamma E_x}{j\omega\mu} \quad (26)$$

La relación entre  $E_x$  y  $H_y$  está definida como la impedancia intrínseca,

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (27)$$

Sustituyendo el valor de  $\gamma$  de la ecuación  $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$  obtenemos

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \quad (28)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Usando la ecuación  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$ , la ecuación 28 anterior puede ser reescrita como:

$$\eta = \sqrt{j} \left[ \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{2}{\sigma}} \right] \frac{1}{\sqrt{\sigma}} = \frac{\sqrt{1 \angle 90^\circ} \times \sqrt{2}}{\sigma \delta} = \frac{\sqrt{2} \angle 45^\circ}{\sigma \delta} \quad (29)$$

La ecuación 30 expresa el valor de la componente en  $x$  del campo eléctrico.

$$E_x = E_{xp} e^{-z\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \cos(\omega t - z\sqrt{\pi f \mu \sigma}) \quad (30)$$

Ahora, la ecuación 30 puede ser escrita en términos de la profundidad de piel como:

$$E_x = E_{xp} e^{-\frac{z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \quad (31)$$

Usando las ecuaciones 27 y 29,  $H_y$  puede ser expresada como:

$$H_y = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{xp} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \quad (32)$$

Debido a que  $E$  está en la dirección  $x$  y  $H$  está en la dirección  $y$ , el vector Poynting, el cual es un producto cruz de  $E$  y  $H$  por la ecuación 22, está en la dirección  $z$ .

$$P_z = E_x H_y = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{xp}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \quad (33)$$

Usando la identidad  $\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$ , la ecuación de arriba se simplifica a:

$$P_z = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{xp}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \cos\left(2\omega t - \frac{2z}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right\} \right] \quad (34)$$

El vector Poynting promedio en el tiempo está dado por:

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

$$(P_z)_{avg} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E^2_{xp} e^{-\frac{2z}{\delta}} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sigma \delta}{4} E^2_{xp} e^{-\frac{2z}{\delta}} \quad (35)$$

Así, puede ser observado que a la distancia de una profundidad de piel  $z = \delta$ , la densidad de potencia es solamente 0.135 ( $e^{-2}$ ) veces su valor que en la superficie. Esto es un hecho muy importante para el análisis de corrientes Eddy y pérdidas en componentes estructurales de los transformadores. Si las pérdidas Eddy en el tanque del transformador debido a las líneas de campo incidente emanando desde los devanados están siendo analizados por el uso de análisis de elementos finitos (FEM), entonces ahí debería haber al menos dos o tres elementos en una profundidad de piel para obtener resultados más precisos.

Vamos ahora a considerar un conductor con un campo  $E_{xp}$  y la densidad de corriente correspondiente  $J_{xp}$  en la superficie como está mostrado en la figura 3. Los campos tienen el valor de 1 p.u. (por unidad) en la superficie. Las pérdidas de potencia total en la altura (longitud)  $h$  y en el ancho  $b$  está dado por el valor de potencia cruzando la superficie del conductor dentro del área ( $h \times b$ ),

$$P = \int_s (P_z)_{avg} dS = \int_0^b \int_0^h \left[ \frac{\sigma \delta}{4} E^2_{xp} e^{-\frac{2z}{\delta}} \right] dx dy = \frac{\sigma \delta b h}{4} E^2_{xp} = \frac{\delta b h}{4 \sigma} J^2_{xp} \quad (36)$$

Todo el campo en la superficie de un buen conductor decae rápidamente a medida que este penetra un poco de la profundidad de piel. Las relaciones que gobiernan la profundidad de piel son:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} \quad (37)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{\delta} + \frac{j}{\delta} = (1 + j) \frac{1}{\delta} \quad (38)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

La corriente total en el conductor es hallada integrando la densidad de corriente sobre la profundidad infinita del conductor. Usando las ecuaciones 25, 37 y 38 obtenemos

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^b J_x dy dz = \int_0^{\infty} \int_0^b \frac{E_x}{\sigma} dy dz = \int_0^{\infty} \int_0^b \frac{E_{xp} e^{-\gamma z}}{\sigma} dy dz \quad (39)$$

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^b J_{xp} e^{\frac{-(1+j)z}{\delta}} dy dz = \frac{J_{xp} b \delta}{1+j} = \frac{J_{xp} b \delta}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} \quad (40)$$

Si esta corriente total es asumida que sea uniformemente distribuida en una profundidad de piel, la densidad de corriente uniforme puede ser expresada en el dominio del tiempo como:

$$J_u = \frac{J_{xp}}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \quad (41)$$

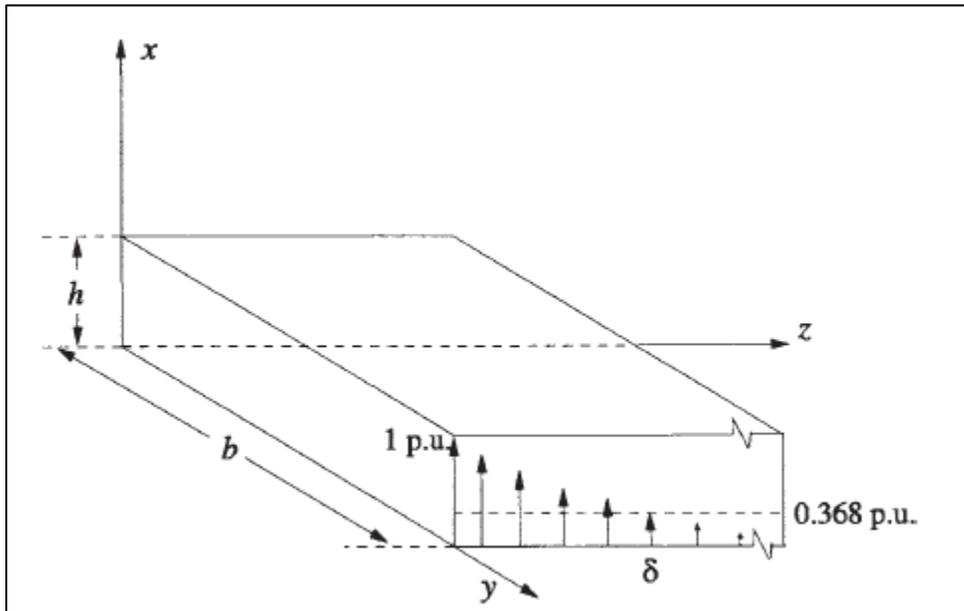


Figura 3. Penetración del campo dentro de un conductor.

Las pérdidas de potencia óhmicas totales están dadas por:

$$P = \frac{1}{\sigma} \int_v J_u^2 dv = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{J_{xp}^2}{2} \cos^2\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \right) bh\delta \quad (42)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

El valor promedio de potencia puede ser hallada como:

$$P_{avg} = \frac{bh\delta}{2\sigma} J_{xp}^2 \text{avg} \left( \cos^2 \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{bh\delta}{2\sigma} J_{xp}^2 \text{avg} \left( \frac{1}{2} \{ 1 + \cos 2 \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) \} \right) \quad (43)$$

Debido a que el valor promedio del término coseno sobre la integral de número de periodos es cero se obtiene:

$$P_{avg} = \frac{\delta bh}{4\sigma} J_{xp}^2 \quad (44)$$

la cuál es la misma que la ecuación 36. Por lo tanto, las pérdidas de potencia promedio en un conductor podrían ser calculados asumiendo que el total de corriente está uniformemente distribuida en una de las profundidades de piel. Este es un resultado importante, el cual está hecho para el uso en cálculos de pérdidas de corriente Eddy en conductores por métodos numéricos. Cuando un método numérico tal como el Elemento Finito (FEM) es usado para la estimación de pérdidas indeterminadas en el tanque (fabricados de acero dulce) del transformador, es importante tener tamaños de elementos menores que la profundidad de piel del material del tanque como fue explicado recientemente.

Con las otras dimensiones del transformador en metros, es difícil tener elementos muy pequeños dentro del espesor del tanque. Por lo tanto, es conveniente utilizar resultados analíticos para simplificar el análisis numérico. Por ejemplo en [6], la ecuación 44 es usada para la estimación de las pérdidas del tanque por medio del análisis 3-D FEM. El método asume densidad de corriente uniforme en la profundidad de piel permitiendo el uso de tamaños de elementos relativamente grandes.

El problema mencionado arriba del modelado y análisis de profundidad de piel puede también ser tratados mediante el concepto de impedancia de superficie. La impedancia intrínseca puede ser reescrita de la ecuación 28 como:

$$\eta = R + jX = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = 1[45^\circ] \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (45)$$

La parte real de la impedancia, conocida como resistencia de superficie, está dada por:

$$R = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (46)$$

Después del cálculo del valor r.m.s. de la componente tangencial de la intensidad del campo magnético ( $H_{rms}$ ) en la superficie del tanque o cualquier otro componente estructural en el transformador por cualquiera de los métodos numéricos o analíticos, las pérdidas específicas por unidad de área de superficie pueden ser calculadas por la expresión [4,5].

$$P = RH^2_{rms} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} H^2_{rms} \quad (47)$$

Por lo tanto, las pérdidas totales en el tanque del transformador pueden ser determinadas por la integración de las pérdidas específicas en su superficie interna.

### 2.6 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad siguiente se obtiene a partir de calcular la divergencia de ambos lados de la ecuación 6.

$$\nabla \left[ J + \frac{\partial D}{\partial t} \right] = 0 \quad (48)$$

La ecuación de continuidad debe ser satisfecha para un apropiado ajuste de las ecuaciones de Maxwell.

Las ecuaciones de campo anteriores se complementan con la relación constitutiva que describe el comportamiento de los materiales electromagnéticos. Para los

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

problemas en que se consideran materiales saturables sin imanes permanentes, la relación constitutiva para el campo magnético está dada por la ecuación 10.

La matriz de permeabilidad magnética puede estar dada en función de la temperatura o del campo. Específicamente si la permeabilidad está en función solamente de la temperatura, entonces dicha matriz queda como:

$$\mu = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix} \quad (49)$$

En el caso que la permeabilidad solo sea función del campo:

$$\mu = \mu_h \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$\mu_{rx}$  es la permeabilidad en la dirección x, y, z respectivamente.

$\mu_h$  es la permeabilidad derivada de la curva B-H.

La solución de problemas de campo magnético es comúnmente obtenida usando las funciones de potencial. Dos tipos de funciones de potencial, el potencial vector magnético y el potencial escalar magnético son utilizados dependiendo del problema a ser resuelto. Factores que afectan la selección del potencial incluyen: dinámica del campo, dimensionalidad del campo, configuración de la fuente de corriente, el tamaño del dominio y la discretización.

Las regiones aplicables están mostradas en la figura 4 [25]. Éstas serán referidas con cada uno de los procedimientos de solución descritos abajo.

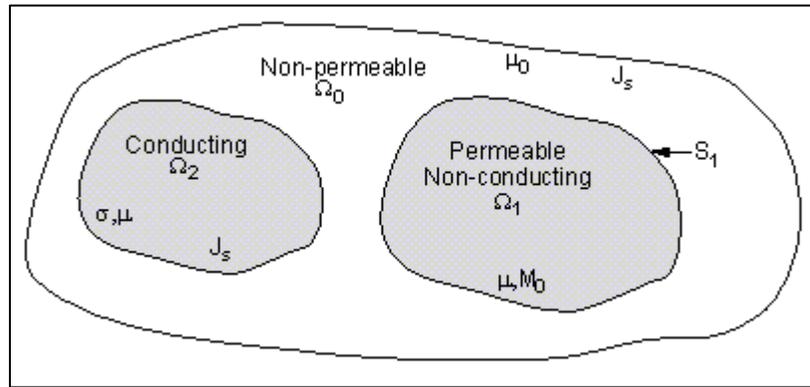


Figura 4. Regiones de campo electromagnético.

donde:

$\Omega_0 =$  Región de espacio libre

$\Omega_1 =$  Región permeable no conductora

$\Omega_2 =$  Región conductora

$\mu =$  Permeabilidad del acero

$\mu_0 =$  permeabilidad del aire

$M_0 =$  Imanes permanentes

$S_1 =$  Frontera de  $W_1$

$\sigma =$  conductividad

$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_0$

### 2.7 Estrategias de Solución

En el dominio  $\Omega_0$  y  $\Omega_1$  de problemas de campo magnetostático ( $\Omega_2$  no es considerada para magnetostática) una solución es buscada la cual satisfaga las ecuaciones 6 y 7 de Maxwell relevantes y la relación constitutiva:

$$B = \mu H + \mu_0 M_0 \quad (51)$$

en la siguiente forma:

$$H = H_g - \nabla \phi_g \quad (52)$$

$$\nabla \mu \nabla \phi_g - \nabla \mu H_g - \nabla \mu_0 M_0 = 0 \quad (53)$$

donde:

$H_g =$  Campo magnético propuesto o preliminar

$\varphi_g =$  Potencial generalizado

El desarrollo de  $H_g$  varía en función del problema y la formulación. Básicamente,  $H_g$  debe satisfacer la Ley de Ampere ( $\nabla \times H = J_s$ ) de tal forma que la parte remanente del campo puede ser derivado como el gradiente del potencial escalar generalizado  $\varphi_g$ . Esto asegura que  $\varphi_g$  se evalúa individualmente. Adicionalmente, el valor absoluto de  $H_g$  debe ser mucho mayor que  $\Delta\varphi_g$ . En otras palabras,  $H_g$  debe ser una buena aproximación del campo total, esto evita las dificultades con las cancelaciones de errores [38].

Este sistema permite utilizar una variedad de la formulación potencial escalar. La formulación apropiada depende de las características del problema a resolver. El proceso de obtención de una solución final puede implicar varios pasos (controlado por la opción de solución [MAGOPT](#)). Los elementos del potencial escalar magnético incorporan tres diferentes formulaciones de potencial escalar seleccionados con el comando [MAGOPT](#).

- Potencial escalar reducido (opción 0)
- Potencial escalar diferencial (opción 2 y 3)
- Potencial escalar generalizado (opción 1, 2 y 3)

La opción 0 calcula una solución de campo  $H$  completa en el dominio entero utilizando un potencial único (reducido). Al seleccionar la opción 1 se calcula y almacena un campo  $H$  preliminar en las regiones de hierro ( $\mu \neq 1$ ). Requiere que las condiciones de frontera de flujo paralelo sean especificadas en el exterior de las fronteras del hierro. La opción 2 calcula y almacena un campo  $H$  preliminar en las regiones de aire ( $\mu = 1$ ). La interface hierro-aire es tratada apropiadamente internamente por el programa. Por último, la opción 3 utiliza la solución(es) de campo  $H$  almacenadas previamente y calcula el campo  $H$  completo.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Como fue mencionado anteriormente, la selección de  $H_g$  es esencial para el desarrollo de cualquiera de las siguientes estrategias Potencial Escalar. El desarrollo de  $H_g$  siempre implica el campo Biot-Savart  $H_s$  el cual satisface la Ley de Ampere y es una función de la fuente de corriente  $J_s$ .  $H_s$  es obtenido por la evaluación de la integral:

$$H_s = \frac{1}{4\pi} \int_{volc} \frac{J_s \times r}{r^3} d(volc) \quad (54)$$

donde:

$J_s =$  vector densidad fuente de corriente

$r =$  vector posición de la fuente de corriente al punto nodo

$volc =$  volumen de la fuente de corriente

La integral de volumen anterior puede ser reducida a la siguiente integral de superficie [39]:

$$H_s = \frac{1}{4\pi} \int_{surf c} \frac{J_s}{|r|} \times d(surf c) \quad (55)$$

$surf c =$  superficie de la fuente de corriente

La evaluación de esta integral se realiza automáticamente al ejecutarse la solución inicial o explícitamente. Los valores de  $J_s$  son obtenidas ya sea directamente o como entrada a través de [25]

**SOURC36**: Fuente de Corriente

Dependiendo de la configuración de la corriente, la integral dada en la ecuación 55 es evaluada en una forma cerrada y/o una manera numérica [40].

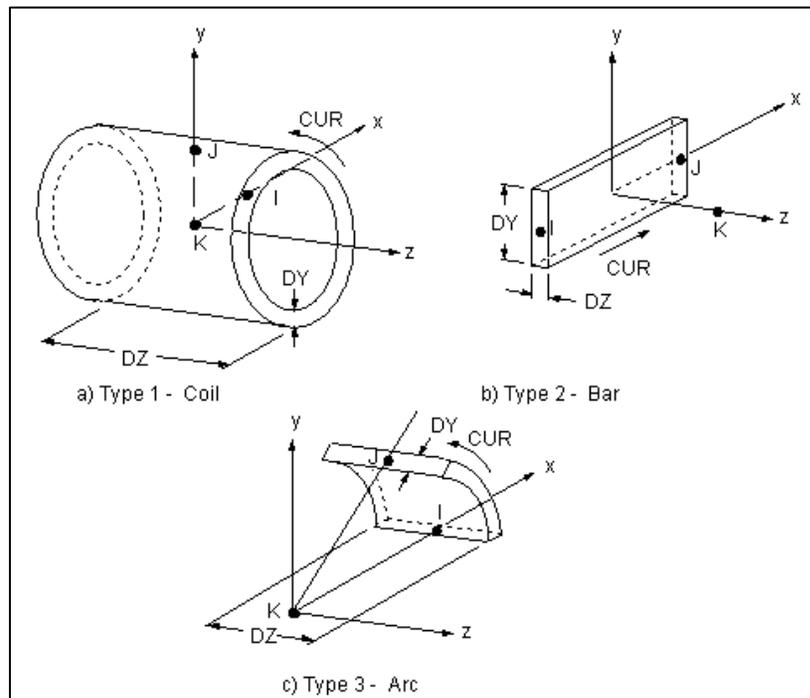


Figura 5. Geometría SOURC36.

### 2.8 Potencial vector magnético basado en el borde (Edge-Based)

Los elementos finitos basados en el borde son elementos finitos cuyos Grados de libertad están asignados a los bordes de los elementos finitos en vez de los nodos. Comparado con sus homólogos basados en los nodos convencionales, éstos ofrecen muchas propiedades útiles. Por ejemplo, hacen cumplir la continuidad tangencial solamente en las fronteras interelementos pero no la continuidad normal; también permiten un vector campo separado como la suma del gradiente de una función escalar y las partes restantes.

La imprecisión asociada con la formulación basada en el nodo (Node-Based) es eliminada usando elementos basados en el borde con un componente normal discontinuo del Potencial Vector Magnético. El método basado en el borde está implementado en los elementos [SOLID236](#) y [SOLID237](#) electromagnéticos 3D de ANSYS®.

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan los elementos anteriores son las siguientes:

$$\nabla \times [\nu] \nabla \times A + \sigma \left( \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\} + \nabla v \right) + \varepsilon \left( \left\{ \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right\} + \nabla \left\{ \frac{\partial v}{\partial t} \right\} \right) = 0 \text{ en } \Omega_2 \quad (56)$$

$$\nabla \cdot \left( \sigma \left( \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\} + \nabla v \right) + \varepsilon \left( \left\{ \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right\} + \nabla \left\{ \frac{\partial v}{\partial t} \right\} \right) \right) = 0 \text{ en } \Omega_2 \quad (57)$$

$$\nabla \times [\nu] \nabla \times A = J_s + \nabla \times \frac{1}{\nu_0} \nu M_0 \text{ en } \Omega_0 + \Omega_1 \quad (58)$$

Estas ecuaciones están sujetas a las condiciones de contorno magnéticas y eléctricas apropiadas.

La singularidad del potencial vector magnético basado en el borde está garantizada por el procedimiento de medición de árboles que ajusta el grado de libertad del flujo en el borde correspondiente al árbol de expansión de la malla de elemento finito a cero.

### 2.9 Análisis armónico usando el formalismo complejo

En un problema dinámico general, cualquier cantidad de campo,  $q(r, t)$  depende de las variables espacio,  $r$ , y tiempo  $t$ . En un análisis armónico, la dependencia del tiempo puede ser descrita por las funciones periódicas

$$q(r, t) = a(r) \cos(\omega t + \phi(r)) \quad (59)$$

$$q(r, t) = c(r) \cos(\omega t) - s(r) \sin(\omega t) \quad (60)$$

donde:

$r = \text{vector localización en el espacio}$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

$t = \text{tiempo}$

$\omega = \text{frecuencia angular del cambio de tiempo}$

$a(r) = \text{amplitud (pico)}$

$\varphi(r) = \text{ángulo de fase}$

$c(r) = \text{campo medible a } \omega t = 0 \text{ grados}$

$s(r) = \text{campo medible a } \omega t = -90 \text{ grados}$

En análisis electromagnéticos  $q(r, t)$  puede ser la densidad de flujo  $B$ , el campo magnético  $H$ , el campo eléctrico  $E$ , la densidad de corriente  $J$ , el potencial vector  $A$ , o el potencial escalar  $V$ . Sin embargo,  $q(r, t)$  no puede ser el calor Joule  $Q$ , la energía magnética  $W$ , o la fuerza  $F^{jb}$ , porque éstos incluyen un término constante de tiempo.

Las ecuaciones 59 y 60 están relacionadas por las siguientes expresiones:

$$c(r) = a(r) \cos(\phi(r)) \quad (61)$$

$$s(r) = a(r) \sin(\phi(r)) \quad (62)$$

$$a^2(r) = c^2(r) + s^2(r) \quad (63)$$

$$\tan(\phi(r)) = \frac{s(r)}{c(r)} \quad (64)$$

En la ecuación 59 y 60  $a(r), \varphi(r), c(r), s(r)$  dependen de las coordenadas de espacio pero no del tiempo. Esta separación del espacio y del tiempo se aprovecha para reducir al mínimo el costo computacional. El original problema real dimensional de 4 ( 3 espacio + 1 tiempo) puede ser reducido a un problema complejo dimensional de 3 (espacio). Esto se puede lograr por el formalismo complejo.

La cantidad medible  $q(r, t)$  está descrita como la parte real de una función compleja:

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

$$q(r, t) = \text{Re}(Q(r)e^{j\omega t}) \quad (65)$$

Donde  $Q(r)$  está definida por:

$$Q(r) = Q_r(r) + jQ_i(r) \quad (66)$$

donde:

$j = \text{unidad imaginaria}$

$\text{Re} = \text{denota la parte real de una cantidad compleja}$

$Q_r(r)$  y  $Q_i(r) = \text{Partes real e imaginaria de } Q(r)$ .

Notar que  $Q$  depende solamente de las coordenadas espaciales

El exponencial complejo en la ecuación 65 puede ser expresado por el seno y coseno como:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \quad (67)$$

Sustituyendo la ecuación 67 en la ecuación 65 obtenemos lo siguiente:

$$q(r, t) = Q_r(r) \cos \omega t - Q_i(r) \sin \omega t \quad (68)$$

Comparando la ecuación 59 con la ecuación 68 revelamos que:

$$c(r) = Q_r(r) \quad (69)$$

$$s(r) = Q_i(r) \quad (70)$$

En palabras, las partes real compleja e imaginaria son las mismas que las amplitudes medibles coseno y seno.

Un análisis armónico provee dos soluciones: los componentes real e imaginaria de una solución compleja. De acuerdo con la ecuación 59 y 69 la magnitud de los componentes real e imaginaria describe el campo medible a  $t = 0$  y a  $\omega t = -90$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

grados, respectivamente. Comparación entre la ecuación 60 y la ecuación 69 proporciona las siguientes expresiones:

$$a(r)^2 = Q_r(r)^2 + Q_i(r)^2 \quad (71)$$

$$\tan(\phi(r)) = \frac{Q_i(r)}{Q_r(r)} \quad (72)$$

La ecuación 71 expresa la amplitud (pico) y el ángulo de fase de las cantidades de campo armónico medible por medio de las partes complejas real e imaginaria.

El promedio en el tiempo de los campos armónicos tales como  $A$ ,  $E$ ,  $B$ ,  $H$ ,  $J$  o  $V$  es cero en el punto  $r$ . Éste no es el caso para  $P$ ,  $W$ , o  $F$  porque estos son funciones cuadráticas de  $B$ ,  $H$ , o  $J$ . Para derivar la dependencia del tiempo de una función cuadrática –por el bien de la simplicidad– nos ocupamos solamente con una fuerza de Lorentz  $F$ , la cual es el producto de  $J$  y  $B$ . (éste es un producto cruz; pero los componentes no están mostrados para simplificar la escritura. La dependencia del espacio también está omitida).

$$\begin{aligned} F^{jb}(t) &= J(t)B(t) = (J_r \cos \omega t - J_i \sin \omega t)(B_r \cos \omega t - B_i \sin \omega t) \\ &= J_r B_r \cos^2(\omega t) + J_i B_i \sin^2(\omega t) - (J_i B_r + J_r B_i) \sin \omega t \cos \omega t \end{aligned} \quad (73)$$

donde:

$F^{jb}$  = Densidad de Fuerza de Lorentz

El promedio en el tiempo de los términos  $\cos^2$  y  $\sin^2$  es  $\frac{1}{2}$  mientras que el de los términos  $\sin$  y  $\cos$  es cero. Por lo tanto la fuerza promedio en el tiempo es:

$$F^{jb} = \frac{1}{2} (J_r B_r + J_i B_i) \quad (74)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Así la fuerza se puede obtener como la suma de las fuerzas real e imaginaria. En una forma similar la densidad de potencia Joule promedio en el tiempo  $Q^j$  y la densidad de energía magnética  $W$  pueden ser obtenidas como:

$$Q^j = \frac{1}{2}(J_r E_r + J_i E_i) \quad (75)$$

$$W = \frac{1}{4}(B_r H_r + B_i H_i) \quad (76)$$

donde:

$W$  = densidad de energía magnética

$Q^j$  = densidad de potencia Joule de calentamiento por unidad de volumen

Los valores promedio en el tiempo de estas cantidades cuadráticas pueden ser obtenidos como la suma de las soluciones real e imaginaria.

El elemento devuelve el valor integrado de  $F^{jb}$  y se emite como  $FJB$  y  $W$  se emite como SENE.  $Q^j$  es el elemento promedio calentamiento Joule y se emite como JHEAT, el calor Joule promedio puede ser directamente aplicado a un acoplamiento termoeléctrico.

### 2.10 Transferencia de calor

Existen básicamente tres modos de transferencia de calor, que son la conducción, convección y radiación.

Conducción es la transferencia de calor en un sólido o un fluido en reposo mediante movimiento a escala molecular. Este se vuelve más intenso a mayor temperatura. La convección es la transferencia de calor dentro de un fluido que fluye con movimientos a escala macroscópica. Finalmente, la radiación es la emisión de radiación electromagnética por cuerpos a temperaturas distintas al cero absoluto. Las radiaciones en el rango de longitudes de onda entre 0.1 y 100 micrómetros tienen efecto térmico cuando se emiten o absorben.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Conducción, ley de Fourier.

Las leyes generales de la física (principios de la termodinámica y leyes de movimiento del fluido) no son suficientes para el estudio de la transferencia de calor. Se necesitan leyes particulares específicas para la conducción y la radiación. (La convección no requiere leyes extras ya que es un fenómeno que resulta de la combinación entre la conducción de calor y el flujo de un fluido).

Se transfiere calor de alta a baja temperatura. Fourier (en 1822) encontró que “el flujo de calor en el interior de un sólido o de un fluido en reposo es proporcional al gradiente local de temperatura y a la conductividad térmica del material”. Esta ley se derivó de observaciones empíricas.

Se supone además que el material se comporta como un medio continuo. La expresión matemática de la Ley de Fourier se indica en la ecuación 77.

$$q_n = -k_n \frac{\partial T}{\partial n} \quad (77)$$

Donde el flujo de calor  $q_n$  es la tasa de transferencia de calor en la dirección  $n$  por unidad de área perpendicular a la dirección del flujo de calor,  $k_n$  es la conductividad térmica en la dirección  $n$ , y  $\frac{\partial T}{\partial n}$  es el gradiente de temperatura en la dirección  $n$ .

En un medio en que existe un campo de temperatura  $T(x, y, z, t)$  la Ley de Fourier expresa los flujos de calor instantáneos en las tres direcciones indicadas en las ecuaciones 78, 79 y 80.

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (78)$$

$$q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (79)$$

$$q_z = -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (80)$$

donde:

$q$  = flujo de calor por unidad de tiempo, y por unidad del área normal a la dirección de propagación.

$k$  = es la conductividad térmica del material.

De acuerdo a la convención de signos, los flujos de calor son positivos en el sentido positivo de la coordenada. Para esto, la temperatura debe decrecer en el sentido positivo de la coordenada, es decir,  $\frac{\partial T}{\partial x} < 0$ . Por lo tanto, el signo menos sirve para cumplir la convención.

Las conductividades térmicas pueden variar con la dirección en sólidos con fibras (por ejemplo madera, materiales compuestos). En la mayoría de los metales y aleaciones, así como en los fluidos, las conductividades son independientes de la dirección (material isótropo). Finalmente, las conductividades pueden ser dependientes de la temperatura. La forma más usual de dependencia de  $k$  con  $T$  es la lineal creciente [41].

Ecuación de Conservación de Energía o Ecuación de Calor

Expresa el primer principio de la termodinámica para un sólido o un fluido en reposo. En un medio tridimensional con un campo de temperatura  $T(x, y, z, t)$ , el balance instantáneo de energía en un volumen de control fijo en el espacio se escribe como se indica en la ecuación 81.

$$\begin{aligned} \text{Energía}_{entra} + \text{Energía}_{generada} \\ = \text{Energía}_{sale} + \text{Energía}_{acumulada} \end{aligned} \quad (81)$$

- 1) Las energías entran y salen del volumen de control por conducción.
- 2) Se genera energía dentro de este volumen mediante fuentes que pueden ser eléctricas, magnéticas, químicas o nucleares.
- 3) La energía puede acumularse en el volumen de control debido a la capacidad térmica del cuerpo.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Si se tiene una fuente térmica, y permitiendo que  $S$  denote la tasa de generación de energía por unidad de volumen y de tiempo en el volumen de control, el balance anterior expresado en forma diferencial se escribe con la ecuación 82.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + S \quad (82)$$

Remplazando en los flujos de calor por conducción la Ley de Fourier obtenemos la ecuación 83.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad (83)$$

Si la conductividad es constante e isotrópica, esta ecuación se puede escribir en la forma más común como se indica en la ecuación 84.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + S \quad (84)$$

Los términos, de izquierda a derecha, representan al término transitorio o de acumulación de energía en el volumen de control, los términos conductivos y el término fuente.

### 2.11 Formulación General de Problemas de Conducción

El objetivo es determinar las temperaturas y los flujos de calor en un material sólido sometido a condiciones externas y con un estado inicial. En general  $T = T(x, y, z, t)$ . Se determina primero el campo de temperatura resolviendo la ecuación de calor. Luego se determinan los flujos de calor mediante la Ley de Fourier. La ecuación para sólido isotrópico y de conductividad constante es:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + S \quad (85)$$

Condición inicial para la temperatura:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \quad (86)$$

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Condiciones de borde para la temperatura: se necesitan dos por cada dirección (ya que la ecuación es de segundo orden en  $T$ ). Pueden ser de varios tipos:

- 1) Temperatura impuesta ( $T_1$ ) en un borde en  $x = 0$ :

$$T(0, y, z, t) = T_1 \quad (87)$$

- 2) Flujo de calor impuesto en un borde en  $x = 0$ :

$$q_0 = -k \frac{\partial T(0, y, z, t)}{\partial x} \quad (88)$$

- 3) Para una superficie sólida en contacto con un fluido en movimiento, habrá transferencia de calor por convección. La condición de convección desde la superficie  $x = 0$  a un fluido a temperatura  $T_1$ :

$$h(T_1 - T(0, y, z, t)) = -k \frac{\partial T(0, y, z, t)}{\partial x} \quad (89)$$

Donde  $h$  es el coeficiente convectivo, que se define como el calor por unidad de área que recibe o entrega una superficie sólida en contacto con un fluido a distinta temperatura. Éste es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la pared y la temperatura media del fluido.

La condición tipo 3 es la llamada Ley de enfriamiento de Newton y se expresa como:

$$q = h\Delta T \quad (90)$$

El coeficiente convectivo  $h$  se expresa en  $\frac{W}{m^2K}$  y no es una propiedad física, sino que debe determinarse independientemente para cada situación, a partir de información adicional; depende de la geometría, del régimen del flujo de fluido y de las propiedades termofísicas de éste.

Convección en ambas caras de una placa.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

Se tiene una placa plana de espesor  $L$  y conductividad  $k$ . La placa está en contacto con fluidos en sus dos caras. En este caso se conocen inicialmente las temperaturas medias de ambos fluidos, pero no las temperaturas de las caras.

Fluido 1:  $T_1$

Fluido 2:  $T_2$  (temperaturas de mezcla)

Las caras izquierda y derecha estarán a  $T'_1$  y  $T'_2$

Por lo tanto:

$$q = \frac{k(T'_1 - T'_2)}{L} \quad (91)$$

El calor se expresa también según la condición de convección en el borde:

$$q = h_1(T_1 - T'_1) = h_2(T'_2 - T_2) \quad (92)$$

Despejando las tres diferencias de temperatura, y sumándolas, se obtiene:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{l/h_1 + L/k + l/h_2} \quad (93)$$

Esta ecuación permite calcular las pérdidas o ganancias de calor de un recinto a través de sus paredes, considerando conocidas las temperaturas del medio interno y externo. Se extiende fácilmente esta ecuación para placas compuestas con convección en sus dos caras.

### 2.12 Sistemas con Generación Interna de Calor

La generación interna de calor se traduce en la inclusión de un término fuente en la ecuación de calor. Por ejemplo en un conductor eléctrico cilíndrico, de radio  $R$  y longitud  $L$  se genera en el interior el calor  $S$  en  $\frac{W}{m^3}$ . Se supone que la tasa de generación por unidad de volumen es uniforme. Sea  $T_0$  la temperatura ambiente y  $h$  el coeficiente convectivo exterior; la temperatura superficial del alambre  $T_p$  está por determinarse.

## Capítulo 2 Marco Teórico

---

La ecuación del calor para conducción radial, permanente, con generación de calor es:

$$\frac{k}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + S = 0 \quad (94)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Sr}{2k} + \frac{C_1}{r} \quad (95)$$

En el eje del alambre ( $r = 0$ ) el flujo de calor debe ser nulo, lo que implica que  $\frac{dT}{dr} = 0$  en esa posición y por lo tanto  $C_1 = 0$ . El calor disipado por la superficie es:

$$Q = -2k\pi r L \left( \frac{dT(R)}{dr} \right) = -2k\pi r L \left( \frac{-SR}{2k} \right) = S\pi R^2 L \quad (96)$$

Esto es igual al calor total generado en el alambre (tasa de generación multiplicada por el volumen). A este resultado se ha llegado sin aplicar la condición de borde. Es decir, el alambre estará obligado a disipar toda la energía generada en su interior, para lo cual adoptará la temperatura superficial necesaria.

Integrando una vez:

$$T = -\frac{Sr^2}{4k} + C_2 \quad (97)$$

la cual para la superficie:

$$T_p = -\frac{SR^2}{4k} + C_2 \quad (98)$$

Se determina ahora  $C_2$  aplicando la condición de convección en el borde:

$$Q = S\pi R^2 L = h(T_p - T_0) = h \left( -\frac{SR^2}{4k} + C_2 - T_0 \right) 2\pi R L \quad (99)$$

de donde:

$$C_2 = \frac{SR}{2h} \frac{SR^2}{4k} + T_0 \quad (100)$$

con lo cual:

$$T_p = T_0 + \frac{SR}{2h} \quad (101)$$

Para disipar el calor generado, la superficie adopta una temperatura cuyo exceso sobre el ambiente aumenta con el calor generado y disminuye con aumentos del coeficiente de convección.

Este ejemplo muestra que, en sistemas con generación interna de calor, el calor disipado está impuesto, y la temperatura es la variable dependiente, que resulta de la capacidad de disipación del sistema.

## **Capítulo 3 Método de Elemento Finito**

El software ANSYS® ofrece una buena alternativa de solución para resolver problemas de campos magnéticos y cálculos de temperaturas. La versatilidad que se obtiene de la aplicación de líneas de comando en el ambiente APDL® permite desarrollar rutinas de cálculos parametrizados.

### 3.1 Software ANSYS®

Existen en la actualidad numerosos programas de análisis utilizando elementos finitos, tales como ABACUS®, COSMOS®, PATRAN®, NASTRAN®, STRUDL®, CAEPIPE®, COMSOL®, etc. Para este proyecto se ha seleccionado utilizar ANSYS ya que es una herramienta de uso muy común en la industria y es además muy versátil al contar con gran cantidad de módulos para aplicaciones en diferentes disciplinas de la física.

ANSYS es un software de Elementos Finitos que permite realizar tareas como:

- Construir o importar modelos de estructuras, productos, componentes o sistemas.
- Aplicar cargas al elemento creado.
- Estudiar las respuestas físicas, tales como niveles de esfuerzo, distribuciones de temperatura o campos electromagnéticos.
- Optimizar diseños existentes.
- Realizar pruebas virtuales sobre componentes en etapa de diseño.

ANSYS® ofrece una interfaz gráfica sencilla. Se requiere de una capacitación especial en el uso y manejo del software para obtener el máximo aprovechamiento del potencial que ofrece el software en sus diferentes módulos de la física. Dentro de los módulos que contiene el software ANSYS® se cuenta con Mechanical, CFD, CFX, Electromagnetics (Multiphysics) y AIM. Para el desarrollo de las simulaciones de esta tesis ha sido utilizado un programa que está incluido en el módulo de Multiphysics llamado APDL® (ANSYS Parametric Design Language).

### 3.2 Ambiente APDL

El módulo Mechanical APDL® (ANSYS Parametric Design Language) provee una plataforma de simulación que puede ser utilizada de dos formas principalmente dentro de la pantalla de ambiente de trabajo (ver figura 7). Una es mediante trayectorias GUI (Graphical User Interface) el cual puede ser mostrado por el

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

programa con ventanas emergentes donde se presentan una serie de opciones para cada uno de los comandos y que servirán para realizar una tarea específica durante la simulación (ver figura 6).

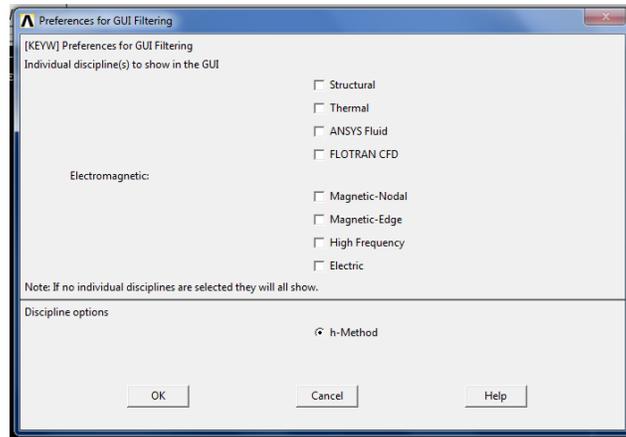


Figura 6. Ventana emergente de trayectorias GUI.

La segunda opción para trabajar dentro del ambiente APDL® es utilizando sintaxis de comandos como se muestra en la figura 8, lo cual requiere conocer la funcionalidad de cada comando y el orden en que deben ser introducidos los valores de las opciones que tenga cada comando, separados por comas. Este último método de trabajo tiene una ventaja mayor ya que al escribir en un listado los comandos que se requieren utilizar para generar un modelo o procesamiento de datos éste realizará la tarea de manera automática y se detendrá en el momento que el usuario determine conveniente. Es esta ventaja la que se requiere aprovechar en el desarrollo de la presente investigación.

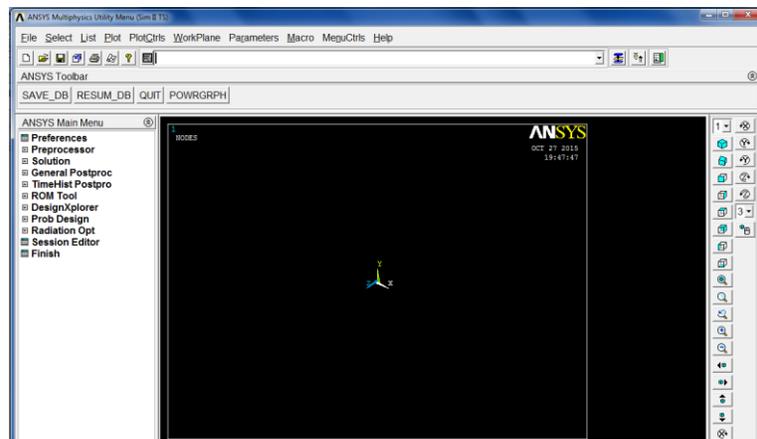


Figura 7. Ambiente de trabajo de ANSYS APDL®.

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

```

/BATCH
/COM,ANSYS RELEASE 14.0 UP20111024 19:57:17 05/19/2014
/input,menust,tmp,,,,,,,,,,,,,1
/GRA,POWER
/GST,ON
/PLO,INFO,3
/GRO,CURL,ON
/CPLANE,1
/REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/PREP7
FINISH
/SOL
FINISH
/PREP7
!*
ET,1,plane42
!*
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,71000e6
MPDATA,PRXY,1,,0.334
SAVE
SAVE
CYL4,0,0,0.03,270,0.09,360
RESUME
/COM,ANSYS RELEASE 14.0 UP20111024 20:22:10 05/19/2014
CYL4,0,0,0.03,0,0.09,270
!*
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0

```

Figura 8. Listado de comandos para APDL®.

El listado de comandos puede ser salvado en un archivo *txt* para que sea después utilizado en la línea de comandos o leído desde la ruta donde se encuentre el archivo. La modificación de este listado de comandos tiene una sintaxis con reglas muy específicas que el usuario debe conocer y que se indican en la sección de ayuda del programa o en los manuales correspondientes, en la figura 9 se muestra un ejemplo del comando *N* y sus opciones de aplicación.

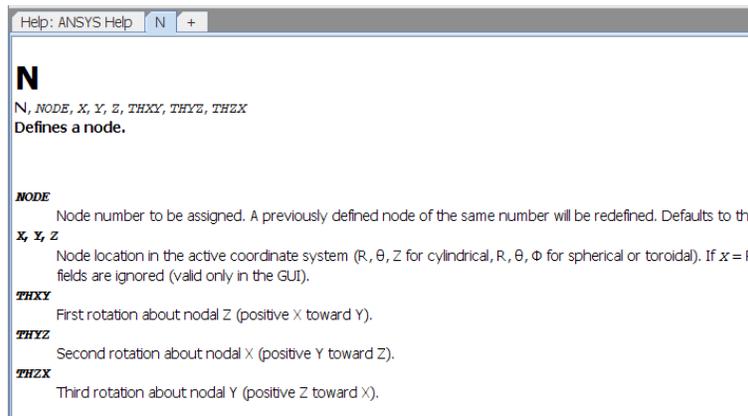


Figura 9. Ventana de ayuda con ejemplo de comando.

El despliegue de gráficas es por mucho la forma más efectiva para revisar resultados. Dentro del software es posible desplegar los siguientes tipos de gráficas en la etapa de postprocesamiento:

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

- Despliegue de contornos
- Despliegue de figuras deformadas
- Despliegue de vectores
- Ploteo de trayectorias
- Despliegue de fuerzas de reacción
- Trazos de flujo de partículas

Es importante conocer las formas y los tipos de salida que puede producirnos el software; con la línea de comandos hay que tomar algunas consideraciones importantes para solicitar las gráficas que pueden desplegar los resultados y el tipo de contorno más adecuado para mostrar los mismos. Algunas de las gráficas de contornos que pueden ser mostradas son obtenidas utilizando los comandos PLNSOL, PLESOL, PLETAB, PLLS.

El comando PLNSOL produce líneas de contorno que son continuos a través del modelo entero. El comando PLESOL produce líneas de contorno que son discontinuos a través de las fronteras del elemento. El comando PLETAB muestra datos de contorno almacenados en la tabla de elementos. El comando PLLS despliega los resultados de elementos línea de línea en forma de contornos.

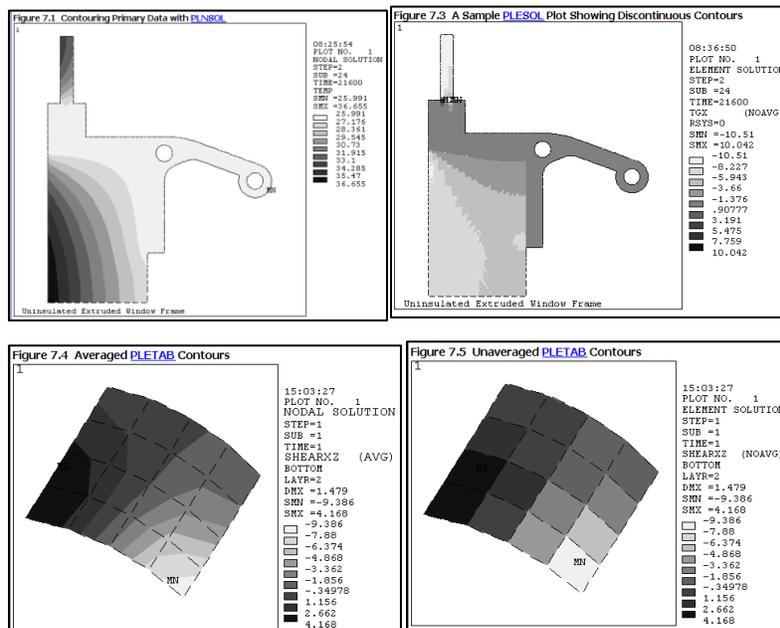


Figura 10. Gráficas obtenidas con los comandos a)PLNSOL, b)PLESOL c)Promediado PLETAB, d) No promediado PLETAB.

### 3.3 Construcción de las Geometrías

Para la realización de cualquier geometría se requiere definir como primer paso el sistema de coordenadas global y local, así como los diferentes planos de trabajo que serán requeridos para construir la geometría. Los comandos para poder definir el sistema de coordenadas son los que a continuación se mencionan.

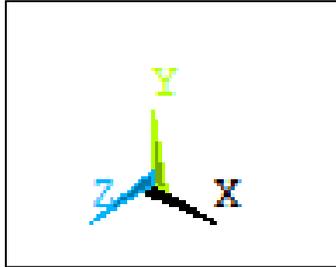


Figura 11. Sistema de coordenadas globales.

**WPLANE:** se utiliza para definir un plano de trabajo para ayudar en las operaciones de seleccionado. Se introducen las coordenadas cartesianas globales de tres puntos no colineales.

**WPCSYS:** define la localización del plano de trabajo basado en un sistema de coordenadas existente. Si se utiliza una forma cilíndrica, esférica, o sistema de base toroidal, entonces el plano de trabajo será un sistema polar en el plano  $R - \theta$  del sistema base.

**WPOFFS:** cambia el origen del plano de trabajo trasladando el plano de trabajo a lo largo de sus ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  del sistema de coordenadas.

**WPROTA:** rota el plano de trabajo, los ángulos especificados en grados son relativos a la orientación del plano de trabajo.

**CSYS:** el comando activa un sistema de coordenadas definido previamente para la entrada y generación de la geometría.

**CSWPLA:** define un sistema de coordenadas local en el origen del plano de trabajo.

Para la construcción del modelo del transformador se dedicó un espacio en la línea de comandos del archivo *txt* especialmente para definir todos los planos de trabajo y los sistemas de coordenadas necesarios para la creación del modelo 3D del transformador. Fueron utilizadas cada uno de los comandos descritos arriba en

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

diferentes momentos del programa de acuerdo a la secuencia determinada al planear la construcción del modelo.

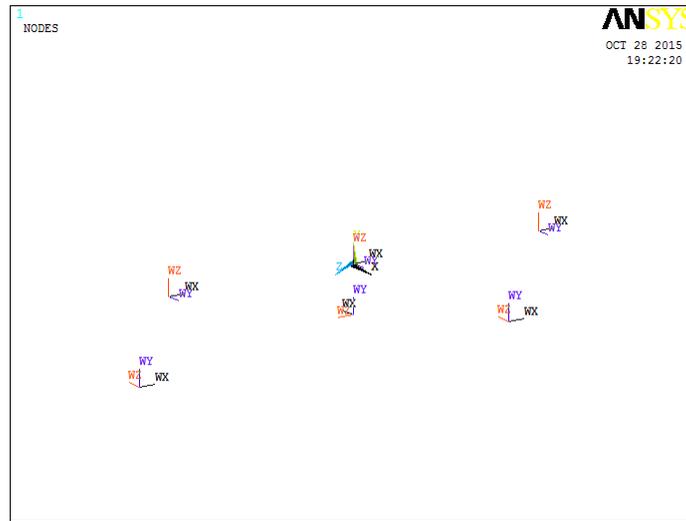


Figura 12. Sistemas de coordenadas locales.

Una vez definidos el sistema de coordenadas y los planos de trabajo se procede a definir las figuras geométricas que serán utilizadas para crear el modelo de acuerdo a los estudios previos para simular de forma correcta el elemento de la malla correspondiente en cada volumen del modelo 3D.

Inicialmente se propuso modelar el núcleo del transformador de forma similar a su forma constructiva real, es decir se crearon una cantidad de bases rectangulares cortados formando las ventanas y se hicieron tantas como anchos de láminas tenía el núcleo del proyecto (ver figura 13). Esta forma representó un gran problema ya que requería una cantidad mayor de elementos de malla debido a partes de la geometría terminadas en ángulo recto en la cual el programa requiere elementos más pequeños para su solución. Además con esta forma de construcción no sería totalmente paramétrico el programa ya que se tendrían que adicionar escalones como se requiera para otros transformadores.

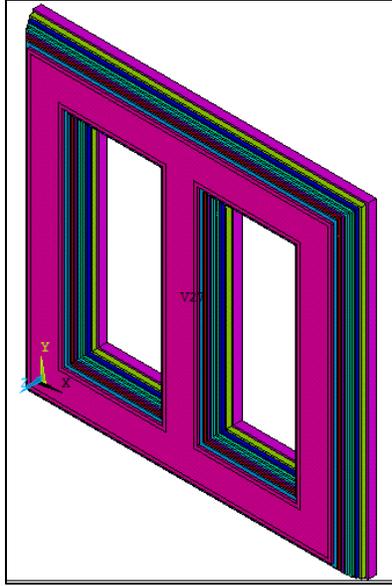


Figura 13. Núcleo representado con bloques rectangulares.

Se propuso entonces un modelo más sencillo para poder representar el núcleo. Esta forma de construcción se realiza utilizando un prisma de 10 lados, como se muestra en la figura 14, que nos permita representar la sección transversal del núcleo real. Para el núcleo fue necesario dibujarlo primero una parte y posteriormente hacer una operación booleana para unir cada uno de los volúmenes dibujados separadamente ya que la forma constructiva real para un transformador trifásico requiere que tres volúmenes verticales sean unidos a dos volúmenes horizontales en la parte superior e inferior. Todo esto debe formar un circuito cerrado para garantizar que el flujo magnético se generará y circulará dentro del núcleo como sucede en la realidad.

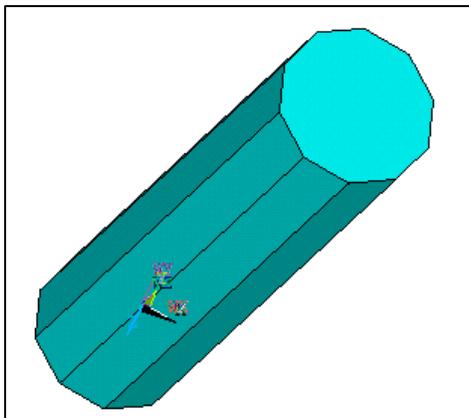


Figura 14. Prisma de diez lados representando el núcleo.

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

Para terminar el núcleo final fue dividido con una operación booleana para representar la mitad del modelo seccionado por el plano x-y de tal forma que solo la mitad del modelo sería simulado para reducir el tiempo de solución (ver figura 15). El modelo terminado tiene una gran ventaja ya que se realizó como una sola pieza y esto también facilita el mallado de todo el volumen porque hay vértices suavizados que no requieren una gran cantidad de elementos para que sea hallada una solución.

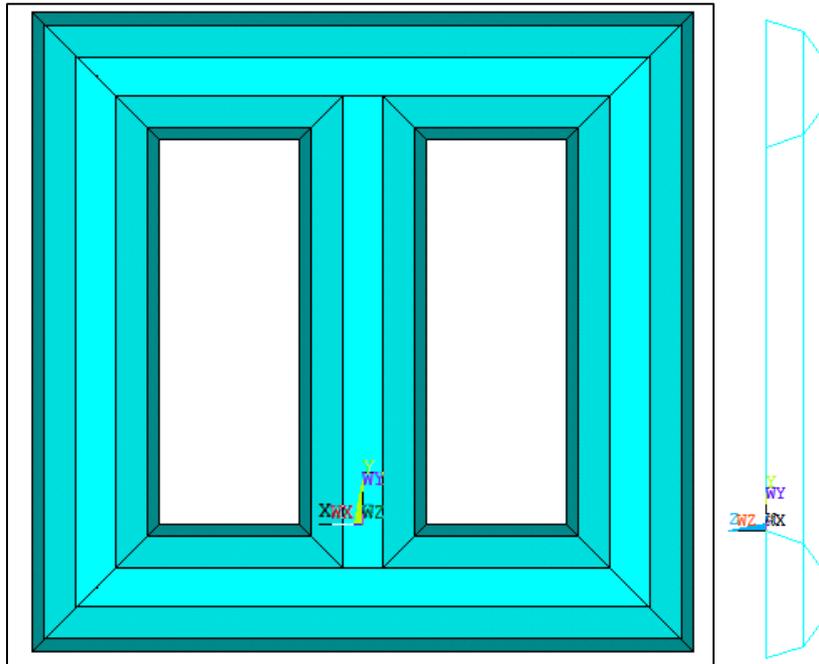


Figura 15. Núcleo trifásico, vistas frontal y lateral.

Algunas de las figuras geométricas utilizadas son básicas, por ejemplo las bobinas del transformador están representadas con cilindros concéntricos a cada una de las piernas del núcleo magnético. El comando utilizado para dibujar las bobinas es CYLIND al cual habrá que indicarle el radio menor y el mayor, así como la altura correspondiente. Aquí es importante mencionar que la ubicación del cilindro dentro del modelo está dada por el plano de trabajo y el sistema de coordenadas definidos previamente. Los valores de los radios y altura están indicados en la línea de comandos como variable con lo cual es posible parametrizar el modelo, ya que para simular otro transformador solo se procederá a modificar la variable y no la línea de comandos.

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

Las bobinas de baja tensión (BT en color morado) y las bobinas de alta tensión (AT en color rojo) son creadas con coordenadas cilíndricas, para lo cual es importante definir los radios interior y exterior así como la componente axial que representarán las alturas de las mismas. La razón por la cual estos sólidos son creados con coordenadas cilíndricas es para que la corriente circulando por el modelo tenga el sentido radial de la bobina y el campo magnético se genere correctamente.

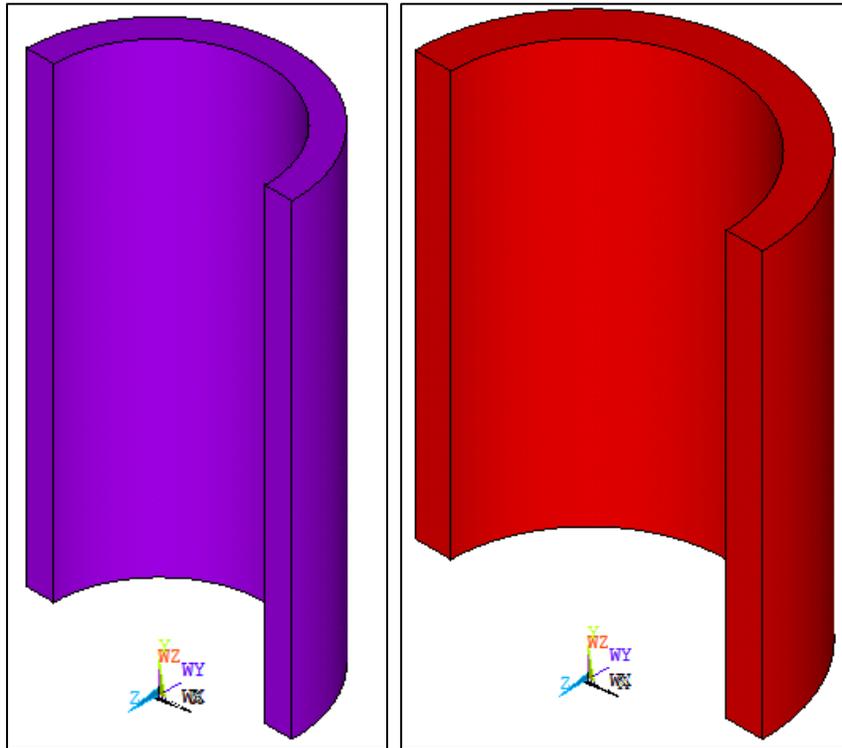


Figura 16. Cilindros que representan las bobinas de BT y AT.

Las figuras geométricas creadas deben ser colocadas de forma adecuada unas respecto de las otras ya que esto influye en la precisión del cálculo, debido principalmente a la relación directa que existe entre la distancia del núcleo magnético y los componentes que se encuentre en la periferia del mismo como es el caso de las bobinas, herrajes, tirante y las paredes del tanque. En la línea de comando se indican por medio de los planos de trabajo la ubicación de cada componente y esta instrucción ha sido insertada antes de comenzar a modelar cada uno de éstos.

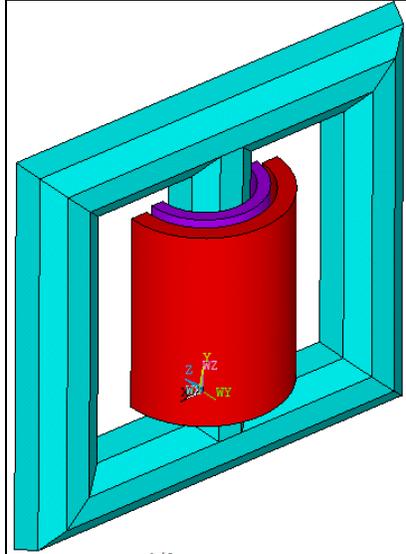


Figura 17. Ensamble del núcleo con las bobinas.

Cada uno de los elementos dibujados ha sido relacionado con atributos asociados antes de que sea mallado usando el comando VATT. Se utiliza un número secuencial para identificar cada una de las partes componentes y además el software asigna un color diferente para cada elemento. También mediante el comando VATT se relaciona el material, las constantes reales, el tipo y el número de sistema coordinado. Posteriormente en otra línea de comando se especifica cada uno de los valores de estos atributos antes de ser mallado el modelo.

Los componentes objeto de estudio de esta tesis son las paredes del tanque del transformador y estructuras tales como los herrajes y los tirantes en los cuales se inducen corrientes parásitas debido al campo magnético. Estos componentes se representan como placas rectangulares de un espesor bastante pequeño en relación a las dimensiones largo y ancho. Lo importante aquí es la ubicación de cada una de estas placas en el modelo ya que el resultado se verá afectado debido a la distancia a la que sea representado. El volumen se realiza mediante el comando Block el cual genera un volumen indicando las coordenadas del plano de trabajo desde un punto hasta otro en cada uno de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Debido a la gran demanda de capacidad de procesamiento requerida para resolver el modelo completo se tomó la decisión de realizar el análisis simulando un

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

componente estructural a la vez, por lo que se deben realizar al menos cuatro análisis: uno para las paredes largas, otro para las paredes cortas, uno más para los herrajes y un último para los tirantes, la figura 18 muestra el bloque realizado para representar una de las paredes del tanque. Al final se estiman los valores de pérdidas calculadas en cada uno de ellos y se adicionan según su cantidad de simetría en el modelo físico.

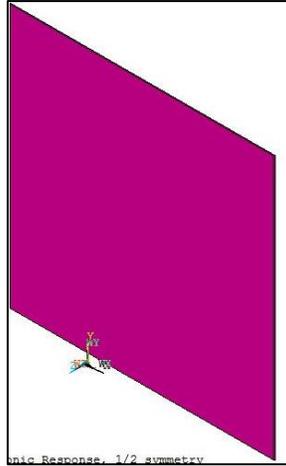


Figura 18. Bloque representando la pared del tanque.

### 3.4 Tipo de Elemento

Dentro del software ANSYS® existe una gran diversidad de elementos precargados que son utilizados para diversas aplicaciones. Cada uno de estos elementos tiene propiedades específicas, y su grado de libertad es definido dependiendo de si dicho elemento es usado en un análisis 2D o 3D. El análisis electromagnético de este estudio se realizó utilizando el elemento SOLID236 y para el análisis Térmico se utilizó el elemento SOLID90.

El elemento SOLID236 es un elemento de 20 nodos para 3D y tiene la capacidad del modelado de campos electromagnéticos, los nodos y su identificación de este elemento se muestran en la figura 19. El elemento tiene grados de libertad (DOF – Degree of Freedom) magnéticos y eléctricos. Los grados de libertad magnéticos están basados en la formulación flujo-borde (Edge-Flux).

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

Los grados de libertad flujo-borde (AZ –vector potencial en la dirección Z) son las integrales de línea del Potencial vector magnético a lo largo de los bordes del elemento. El grado de libertad eléctrico es el potencial eléctrico (VOLT) definido en cada nodo. El elemento también tiene una opción para desarrollar un análisis electromagnético con potencial eléctrico tiempo-integrado.

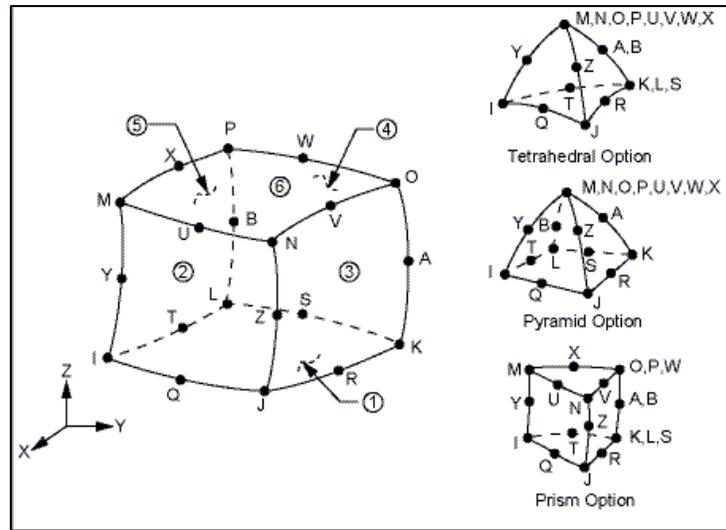


Figura 19. Elemento SOLID236, 3D 20 nodos.

En un análisis de bobina con conductores arrollados, el grado de libertad eléctrico son la caída de voltaje a través de la bobina (VOLT) y la fuerza electromotriz (EMF). En una región de bobina, todos los grados de libertad VOLT y EMF deben ser acopladas utilizando el comando CP. El elemento SOLID236 es aplicable a los siguiente análisis: electromagnético estático, armónico y transitorio en 3D. La opción de análisis magnético típicamente es utilizada para modelar el aire, hierro, materiales no ferrosos e imanes permanentes. El análisis es manejado por la densidad de corriente aplicada como una carga al cuerpo del elemento. La opción de análisis de bobinas con conductores arrollados es adecuada para modelar una bobina con arrollamiento con un vector dirección flujo de corriente prescrita. La figura 20 muestra a los bloques que representan a la bobina de AT en color rojo y la bobina de BT en color morado, las cuales fueron malladas utilizando el elemento SOLID236.

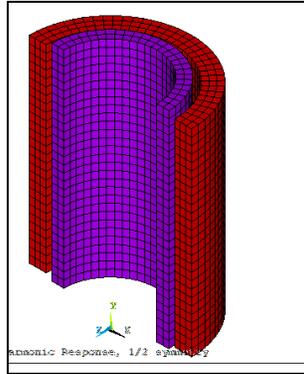


Figura 20. Mallado de bobina usando SOLID236.

El análisis térmico se realiza utilizando el elemento SOLID90 (ver figura 21), el cual es un elemento térmico de 20 Nodos para el análisis de estado estable o análisis térmicos transitorios de modelos 3D. El elemento tiene un solo grado de libertad que es la temperatura en cada nodo. Los elementos de 20 nodos tienen formas de temperatura compatibles y son adecuadas para modelar fronteras curvas.

El calor específico y la densidad son ignoradas para las soluciones de estado estable. La convección o el flujo de calor y la radiación pueden ser entradas como cargas de superficies en las caras de los elementos. Las tasas de generación de calor pueden ser entradas como cargas de cuerpo del elemento en los nodos.

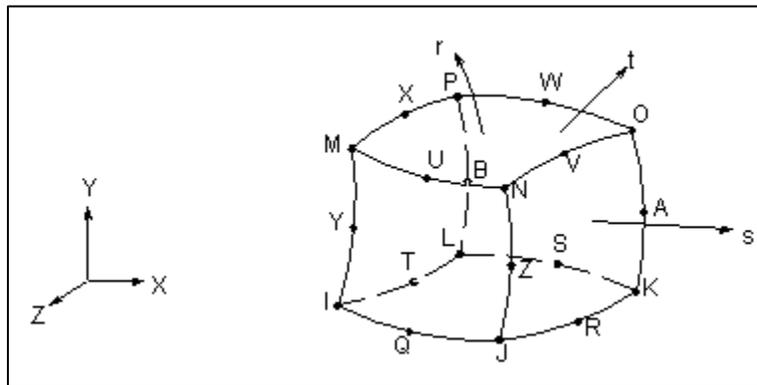


Figura 21. Elemento SOLID90, 3D 20 nodos.

El siguiente elemento utilizado en el análisis es el CIRCU124 el cual es un elemento de circuito eléctrico aplicable para la simulación que puede interactuar con elementos finitos electromagnéticos para simular la interacción acoplada campo

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

electromagnético – circuito. El elemento puede tener diversas características que se acoplan directamente a un modelo sólido por medio del elemento finito, las opciones con que cuenta son: elementos de circuito (resistencia, inductancia, capacitor); opciones de fuentes de circuitos (fuente de corriente o voltaje independiente, fuente de corriente o voltaje controlada); opciones de fuente de circuito acoplada (conductor masivo 2D, conductor masivo 3D, bobina arrollada 2D o 3D).

Para este estudio se utilizó un elemento de circuito de resistencia, el cual permite simular que el transformador tiene una carga conectada al lado secundario. Esta opción es la 0 y tiene un solo grado de libertad que es VOLT. El elemento cuenta solamente con dos nodos, uno de ellos se conecta a uno de los nodos de la bobina de BT y el otro nodo se conecta a un voltaje cero, con esto se indica que estamos conectando a tierra este nodo. Los nodos de conexión del elemento son  $V_1$  y  $V_J$  como se muestran en la figura 22.

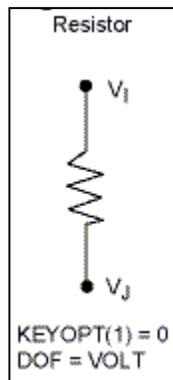


Figura 22. Elemento CIRCU124, opción 0.

Tal como fue mencionado anteriormente, con el comando VATT fueron identificados cada uno de los volúmenes que conforman el modelo 3D, así que con esto se es posible asignar el tipo de elemento apropiado para cada componente. Esto se realiza mediante el comando ET el cual se utiliza para definir el elemento que será utilizado en un volumen o área desde la librería de elementos del ANSYS APDL®, la línea de comando comienza con el llamado del comando ET y para indicar el volumen al que queremos asignar separamos con una coma e indicamos el número

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

correspondiente al volumen en cuestión, enseguida separamos con otra coma e indicamos el número del elemento a asignar, la línea de instrucción quedaría para el núcleo magnético como:

*et,1,236*

Con esta línea indicamos que al núcleo, que es el volumen 1, lo vamos a simular con el elemento 236. Las opciones disponibles para el SOLID236 son: KEYOPTION(1), se refiere a la capacidad del elemento y los grados de libertad y para esta característica tenemos 3 opciones; 0 sirve para analizar volúmenes con características magnéticas y con un grado de libertad AZ; 1 sirve para analizar volúmenes con características Electromagnéticas y con dos grados de libertad AZ y VOLT; 2 sirve para analizar volúmenes que representan bobinas con conductores enrollados y con tres grados de libertad AZ, VOLT y EMF. El ejemplo mostrado para el núcleo la opción seleccionada para KEYOPTION(1) fue el 0 por lo que la características del núcleo es puramente magnética, para el caso de las bobinas la línea de instrucción se especifica como:

*et,1,236,2*

Como se observa ahora se está indicando para el KEYOPTION(1) la opción 2 con lo que le decimos al software que esto es una bobina con conductores enrollados. El volumen que representa a las paredes del tanque y las demás estructuras metálicas son indicadas al programa con la siguiente línea de comandos:

*et,1,236,1*

Ahora se está especificando al programa que para el KEYOPTION(1) la opción solicitada es la 1 con lo cual se indica que el volumen tiene características electromagnéticas y con esto es posible obtener las pérdidas Eddy inducidas.

### 3.5 Propiedades del Material

Para cada uno de los volúmenes que componen el modelo es necesario indicar sus propiedades físicas, así como también las propiedades térmicas para realizar la simulación de temperatura. Dependiendo de la aplicación las propiedades del material pueden ser lineales o no lineales. Para el estudio de este análisis la asignación de las propiedades del material ha sido realizada mediante la instrucción

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

MP el cual define las propiedades lineales del material como una constante o como una función de temperatura.

El material del núcleo magnético es acero al silicio de alta permeabilidad magnética, siendo sus principales propiedades a asignar la permeabilidad realtiva y la resistividad eléctrica (inversa de la conductividad). El acero del cual está fabricado el núcleo tiene la característica de ser un material anisotrópico, lo cual significa que sus características no son idénticas en todas las direcciones por lo tanto debe ser especificado para cada uno de los ejes coordenados el valor de la propiedad; lo anterior se indica por medio del comando MP y la etiqueta MURX con lo cual el programa entiende que se trata de la permeabilidad relativa en el eje X de las coordenadas globales.

Para introducir el valor de la permeabilidad en los ejes Y y Z se utiliza MURY y MURZ respectivamente. Las líneas de comando para especificar la propiedad de permeabilidad del núcleo, que es el volumen 1 son:

```
mp,murx,1,mu_core  
mp,mury,1,mu_core  
mp,murz,1,mu_core/50
```

En las expresiones anteriores *mu\_core* es la variable con la cual se identificó el valor de la permeabilidad relativa del núcleo, también con las anteriores expresiones estamos indicando al programa que en las direcciones de los ejes x y y las permeabilidades son iguales y en la dirección del eje z el valor está dividido en 50 veces lo que lo hace más pequeño y por tanto tendrá más resistencia a formar el flujo en esta dirección.

La siguiente propiedad del núcleo a definir es la resistividad eléctrica. En este caso el valor se indicará como ortotropico, indicando que su valor será el mismo en cualquier dirección. Para indicarlo en el programa será suficiente con establecer el valor en la dirección de x ya que internamente el programa entiende que este valor

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

será aplicado en todas las direcciones. Por tanto la línea de comando queda como sigue

*mp,rsvx,1,1/sigco*

La variable sigco es el valor numérico de la conductividad del acero del cual está fabricado el núcleo y al indicarlo en la línea de comando como 1/sigco obtenemos el valor inverso que es la resistividad del acero. Los materiales definidos para el núcleo son suficientes para realizar la simulación.

El material del cual están fabricadas las paredes del tanque y las estructuras metálicas del transformador es acero estructural el cual se considera es un material ortotropico por lo que es suficiente definir las propiedades del material solo indicando en la dirección del eje x y las propiedades a indicar son la permeabilidad relativa y la resistividad eléctrica. Con estas dos propiedades será suficiente para obtener el valor de las pérdidas inducidas en cada uno de estos componentes. Las líneas de comando para especificar dichas propiedades son:

*mp,murx,5,mu\_plate*

*mp,rsvx,5,1/sigpl*

Siendo *mu\_plate* la variable para identificar la permeabilidad relativa del acero estructural y que corresponde a un valor muchas veces inferior al valor del acero del núcleo. El valor de *sigpl* corresponde al valor de la conductividad del acero estructural, que comparado con el acero magnético, es un poco más del doble que este último.

Las bobinas están fabricadas utilizando materiales como cobre de alta pureza, cartón y papel dieléctrico. Como este estudio involucra solamente el fenómeno electromagnético, podemos descartar los materiales de cartón y papel, entonces solo es necesario asignar las propiedades del cobre de la bobina; esto se realiza también con el mismo comando con que fue realizada la asignación del núcleo indicando la permeabilidad del cobre. Para cada bobina se indican las líneas siguientes en el programa:

*mp,murx,2,mu\_coil*

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

*mp,rsvx,2,1/sigc*

Como el cobre es un material ortotropico solo será necesario indicar el valor en la dirección del eje *x* de las coordenadas globales. *Mu\_coil* es la variable que contiene el valor de la permeabilidad del cobre que es igual a 1, *sigc* es el valor de la conductividad eléctrica del cobre y se expresa como el inverso del valor de la resistividad.

Como la bobina ha sido definida con anterioridad que tiene conductores enrollados, habrá que indicar las constantes reales de este volumen. Esto es realizado con el comando *R*. Los valores que deben ser especificados están indicados en la tabla 3 mostrada enseguida. El comando *R* define las constantes reales para cada elemento, es por esto que deben ser revisadas cuales son los valores requeridos en cada tipo de elemento y para cada tipo de análisis a realizar.

No.	Nombre	Descripción	Default
1	SC	Área sección transversal Bobina	Ninguno
2	NC	Número de Espiras en la Bobina	1
3	VC	Volumen de la Bobina	Ninguno
4	TX	Coseno direccional X de la Bobina	0
5	TY	Coseno direccional Y de la Bobina	1
6	TZ	Coseno direccional Z de la Bobina	0
7	R	Resistencia de la Bobina	Ninguno
8	SYM	Factor de simetría	1

Tabla 3. Constantes reales para el elemento SOLID236.

La línea de comando para introducir los datos de la tabla 3 se muestra a continuación:

*r,2,care\_LV,Ns,volu\_LV,0,1,0*  
*rmore,Rs,symm*

La primera línea de comando anterior corresponde al volumen 2 que representa a la bobina de BT, en el cual están indicados los valores del 1 al 6 de la tabla 3. Se

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

muestran éstos como variables para permitir una parametrización para futuros análisis de transformadores con características diferentes. Las variables usadas corresponden al cálculo propio de cada bobina utilizando los valores de entrada indicados en el capítulo 1. La segunda línea de comando solo es una ampliación de la primera en la cual se especifican los valores 7 y 8 de la tabla 3. Con estas indicaciones se complementan las características de la bobina y queda completamente definida; esto se realiza para cada una de las bobinas del modelo.

Por último, se define la propiedad del espacio que queda entre cada uno de los volúmenes que representan las bobinas, el núcleo y las estructuras metálicas. Esto se define como aire y por tanto la propiedad que se indica para esta es la permeabilidad relativa con un valor de 1, con lo cual indicamos que esto no es magnético. El procedimiento se realiza con el comando MP como ha sido realizado para los otros volúmenes.

### **3.6 Generación de Malla**

El modelo ha sido hasta este momento preparado para poder realizar la malla y que ésta contenga toda la información necesaria para obtener una solución. El procedimiento para generar la malla lleva implícito la decisión del tamaño de la malla y esto es parte del análisis de la simulación ya que diferentes tamaños de malla darán resultados cercanos o alejados entre sí. Además también se debe considerar que el tamaño de la malla definirá la cantidad de elementos a resolver y por tanto el tiempo que tardará la computadora en procesar toda la información.

Los volúmenes han sido mallados con diferentes tamaños para lo cual se realizaron varios ejercicios antes de definir cuál sería el tamaño más adecuado que representara una ventaja en el procesamiento del modelo y además no se perdiera la precisión del resultado.

El procedimiento que se siguió para determinar cuál sería el tamaño de malla más conveniente ha sido siguiendo algunas recomendaciones de varios autores [11, 32].

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

Se indica deberían realizarse simulaciones utilizando un rango de tamaño de malla e irlo disminuyendo hasta alcanzar un resultado que variara lo menos posible. Debe observarse sin embargo que cada vez que se disminuye el tamaño de la malla aumentará el número de ecuaciones a resolver, por lo que se terminará teniendo un modelo demasiado robusto que tomará varias horas o días en resolverse. Por ello deben vigilarse estas dos condiciones antes de decidir qué tamaño será el más conveniente para el propósito de la simulación.

Para la malla de las bobinas se probaron tamaños de malla desde 0.08 metros hasta 0.01 metros. El rango es bastante amplio por lo que se realizaron cálculos disminuyendo el valor en 0.002 metros hasta el valor límite inferior; se observó que con un valor entre 0.04 y 0.03 metros era suficiente para obtener buenos resultados sin incrementar sustancialmente el tiempo de procesamiento. La malla del núcleo se determinó probando un rango entre 0.6 y 0.1 metros siendo que en este volumen es más propicio a no tener una malla tan fina ya que no se obtendrán resultados de pérdidas o temperaturas de este componente. Se obtienen buenos resultados con valores entre 0.3 y 0.1 metros sin comprometer el tiempo de procesamiento a más de unos 20 minutos máximos.

Las paredes del tanque y las estructuras metálicas tienen el inconveniente de que el espesor de dichos volúmenes son extremadamente pequeñas en comparación de sus otras dos dimensiones por lo que se requirió un mayor número de simulaciones para determinar cuál sería el rango más conveniente de tamaño de malla. Se propuso inicialmente un rango entre 0.08 y 0.01 metros. Después de varias iteraciones se identificó que la malla tendría que tener un valor más cercano al límite inferior ya que con esto podemos obtener mejores resultados y aún poder realizar la simulación en tiempo apropiado de entre 20 y 30 minutos. La figura 23 muestra las mallas de los componentes del transformador.

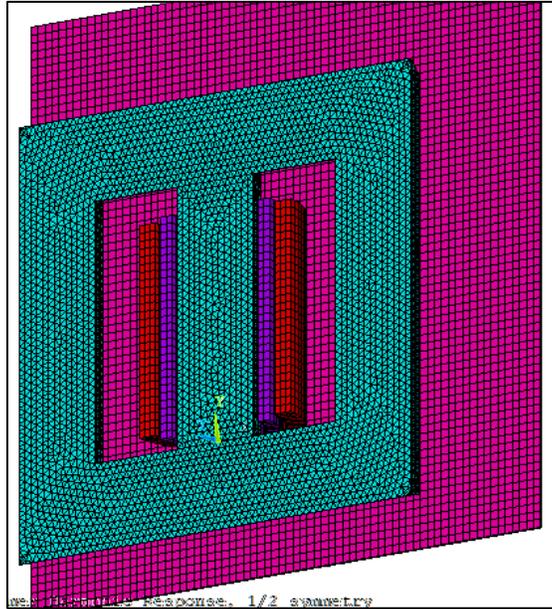


Figura 23. Mallado del modelo del transformador.

Para el caso del mallado del núcleo se utilizó la instrucción MSHA el cual convierte la forma hexaédrica del elemento a una forma tetraédrica ya que con esto el mallado se adapta mejor a la forma geométrica del volumen debido a las aristas. En este caso el elemento SOLID236 soporta muy bien la conversión de la malla. Las mallas de las bobinas contienen la información en el elemento para la circulación de la corriente, siendo esta la razón por la cual fue dibujado utilizando coordenadas cilíndricas con la malla de la forma hexaédrica siguiendo el contorno cilíndrico del volumen.

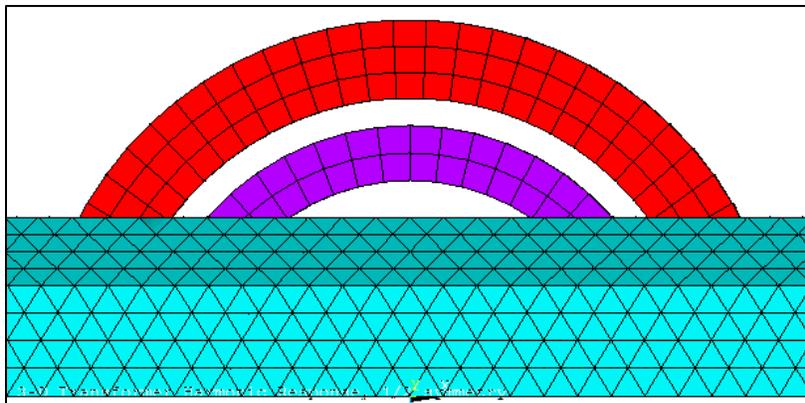


Figura 24. Vista superior de las mallas de bobinas y núcleo.

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

En la figura 24 se puede apreciar la diferencia en la representación de las mallas hexaédricas y tetraédricas de las bobinas y núcleo respectivamente.

### 3.7 Condiciones de Frontera y aplicación de cargas

El análisis electromagnético requiere de condiciones de frontera de acuerdo al grado de libertad (DOF) del elemento utilizado. En el modelo realizado el elemento SOLID236 tiene como grado de libertad AZ y esta condición de frontera ha sido utilizada para restringir todos los nodos que se encuentran en las superficies límites del modelo en todas las direcciones del sistema coordenado global una vez que el modelo fue mallado. El grado de libertad AZ se refiere a una condición de frontera de flujo paralelo. Los grados de libertad (AZ) de flujo en el borde son las integrales de línea del potencial vector magnético a lo largo del borde del elemento. Para el análisis realizado no ha sido necesario definir la condición de frontera de flujo paralelo ya que esta es una condición de frontera natural en el análisis basado en el borde.

Los comandos utilizados para la especificación de la condición de frontera del modelo para la simulación electromagnética son:

*asel,s,ext*

*da,all,az*

Con el comando *asel* seleccionamos todas las áreas exteriores del modelo y con el comando *da* indicamos al programa que aplique el grado de libertad AZ a todos los nodos incluidos en las áreas exteriores del modelo (ver figura 25).

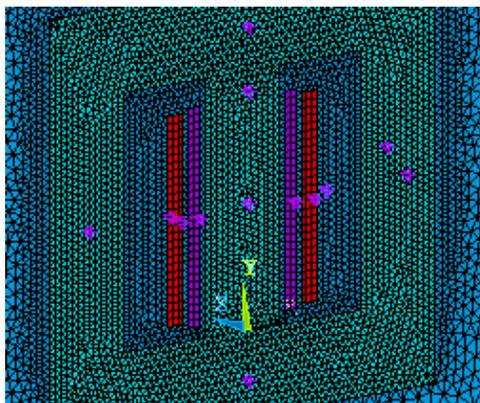


Figura 25. Condición de frontera AZ.

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

El siguiente paso consiste en indicar al programa la condición de frontera en la bobina para lo cual se selecciona el volumen 2 identificado para la bobina de BT y usando el comando *vsel*, tal como se indica abajo.

```
vsel,s,mat,,2
```

Lo grados de libertad para los nodos del volumen de la bobina son indicados por el comando *cp* y se escribe en la línea del programa como sigue:

```
cp,1,emf,all
```

```
cp,2,volt,all
```

Como el elemento asignado a la bobina tiene estos dos grados de libertad se hace necesario indicar cada uno de ellos con el fin de obtener el resultado esperado. El mismo procedimiento se realiza para indicar los grados de libertad a la bobina de AT modificando la selección al volumen 3 correspondiente. La figura 26 muestra el volumen 3 cuando son aplicados los grados de libertad *emf* y *volt*.

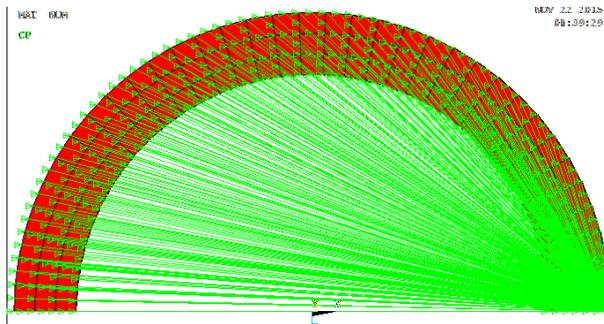


Figura 26. Condición de frontera *emf* y *volt* en cada nodo de la bobina de AT

La carga debe ser indicada en el nodo y esta carga será transmitida al resto de los nodos. Esta operación se realiza con el comando *d* con el cual se restringen los grados de libertad en los nodos. La línea de instrucción es la siguiente:

```
d,nd_p,volt,vbr,vbi
```

El voltaje *vbr* y *vbi* son las partes real e imaginaria que se aplica al nodo *nd\_p* de la bobina de AT.

Para simular la carga en el transformador se usará una resistencia conectada a uno de los nodos de la bobina de BT. Esta conexión se realiza de tal forma que se pueda conectar los volúmenes con elementos de circuito como está mostrada en la figura 27. Así también debemos calcular el valor de la resistencia en ohms que será

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

---

conectada al volumen de la BT; esto se realiza como se muestra en el procedimiento de cálculo indicado más abajo.

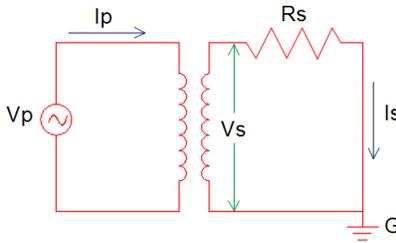


Figura 27. Diagrama eléctrico del transformador mostrando la resistencia  $R_s$ .

Los parámetros del circuito anterior tienen los valores siguientes:

$$V_{pL} = 67000 \text{ V}$$

$$I_{pL} = \frac{14000}{\sqrt{3} * 67} = 120.64 \text{ A}$$

$$I_{pf} = \frac{120.64}{\sqrt{3}} = 69.65 \text{ A}$$

$$V_{sL} = 24940 \text{ V}$$

$$V_{sf} = \frac{24940}{\sqrt{3}} = 14399 \text{ V}$$

El valor de la resistencia en ohms se obtiene calculando primeramente el valor de la corriente secundaria identificada como  $I_{sL}$ .

$$I_{sL} = \frac{14000}{\sqrt{3} * 24.94} = 324.09 \text{ A}$$

Enseguida con el valor de voltaje y la corriente de fase calculamos la resistencia secundaria en ohms la cual funcionará en el modelo como la carga del transformador y con lo cual obtendremos el flujo magnético disperso.

$$R_s = \frac{V_{sf}}{I_{sL}} = \frac{14399}{324.09} = 44.428 \text{ Ohms}$$

La figura 28 muestra la conexión de la resistencia  $R_s$  con el modelo 3D y al cual se le asigna el valor calculado anteriormente.

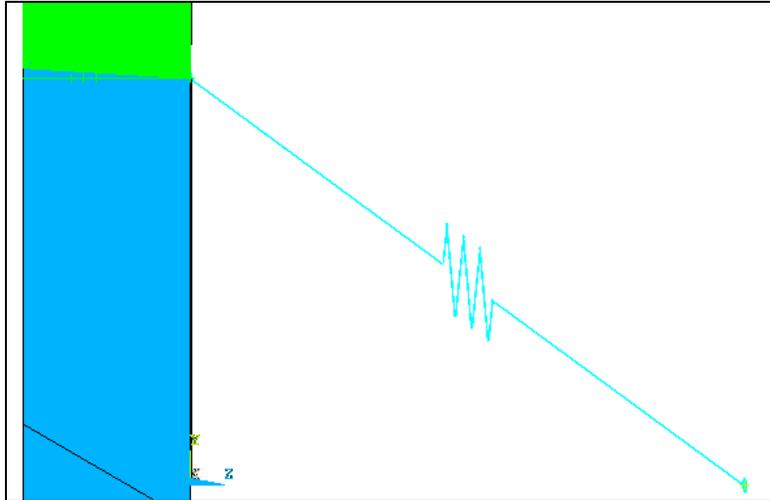


Figura 28. Resistencia eléctrica conectada al volumen de la bobina de BT.

Uno de los nodos de la resistencia se conecta al nodo máximo del volumen de la bobina de BT, el otro nodo libre de la resistencia se especifica para tener un valor de voltaje a cero y con esto se representa la conexión a tierra G de la figura 27.

Con las condiciones de frontera indicados hasta el momento se procede a generar una solución para el modelo ya que éste está completamente definido. La solución se obtiene utilizando las siguientes líneas de comando:

```
/solu  
antype,harmonic  
harf,frqncy  
solve  
fini
```

El análisis realizado es del tipo armónico y a una frecuencia de 60 Hz. La variable *frqncy* se especifica desde el inicio del programa como una constante. La solución que se obtiene con las instrucciones anteriores son el campo magnético y la densidad de flujo en cada uno de los componentes del modelo a un ciclo de la frecuencia de 60 Hz. Con el postprocesamiento de información se obtienen las pérdidas en el volumen que representa a la pared del tanque y las estructuras metálicas objetos de este estudio. El valor de las pérdidas se obtiene mediante la

## Capítulo 3 Método de Elemento Finito

macro de ANSYS® conocida como POWERH, la cual calcula las pérdidas promedio en el tiempo (rms) en un conductor durante un análisis armónico.

Una vez que han sido determinadas las pérdidas en las estructuras metálicas del transformador como resultado del análisis armónico se acopla el resultado con el análisis estático de temperatura. Primero se eliminan todos los volúmenes excepto el de las estructuras metálicas de los cuales se calcularon las pérdidas, enseguida se vuelve a mallar utilizando el elemento SOLID90 el cual es un elemento de orden elevado para 3D de 20 nodos con un único grado de libertad, la temperatura, en cada nodo. El elemento de 20 nodos tiene perfiles de temperatura compatibles y son adecuados para modelar fronteras curvadas, ver figura 29.

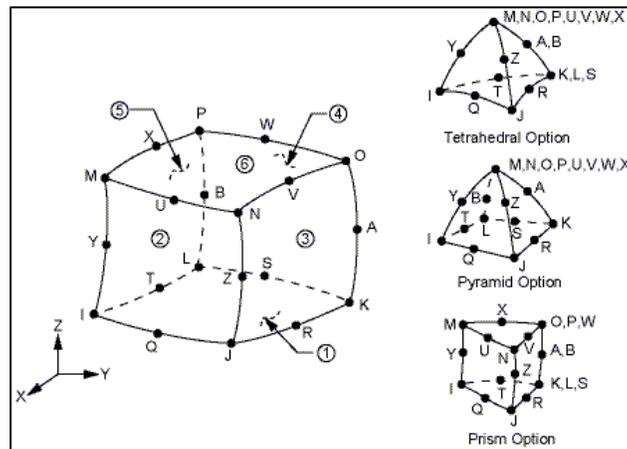


Figura 29. Elemento SOLID90.

A cada nodo del elemento se asigna el valor de pérdidas obtenidas en el análisis magnético por medio del comando LDREAD, el cual lee los resultados obtenidos en el análisis magnético previo y es aplicado como cargas de fuerzas del cuerpo en el análisis térmico. HGEN representa la carga de generación de calor promedio en el tiempo. La instrucción de la línea de comando se indica como sigue:

*LDREAD,hgen*

La malla de la pared del tanque vuelve a mostrarse en la pantalla (figura 30) y a esta ya se encuentra asignada la tasa de generación de calor por efecto Joule promedio ( $\text{Watts/m}^3$ ) obtenidos en el análisis anterior en cada uno de los nodos.

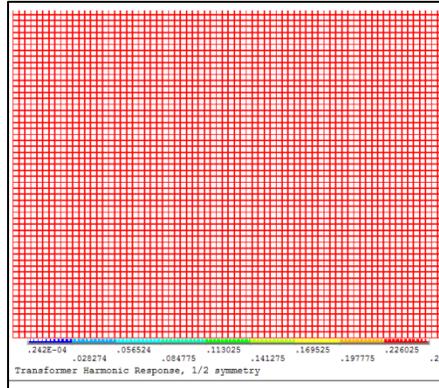


Figura 30. Malla utilizando elementos SOLID90.

Las condiciones de frontera que se especifican para la pared del tanque se indican con el comando *sf* y los valores que deben incluir este comando son la temperatura del medio que está en contacto en cada una de las caras de la pared y también se indica el coeficiente de convección en  $\text{Watts/m}^2\text{°C}$ . La línea de comando se especifica como sigue:

*sf,all,conv,hout,Tamb*

Con estas instrucciones el modelo está listo para resolver y obtener la distribución de temperatura en las estructuras metálicas. El tipo de análisis es estático ya que lo que se busca es la temperatura en estado estable; esto se indica con la línea de comando siguiente:

```
/SOLU  
anty,static  
solve  
fini
```

## Capítulo 4 Análisis de resultados

### 4.1 Resultados del Modelo

El estudio ha sido realizado fragmentando el problema ya que de otra forma el requerimiento computacional es sumamente demandante de capacidad de procesamiento y memoria; se realizaron cuatro análisis, uno para cada componente de la estructura del transformador, y se simularon en el siguiente orden:

- Pared larga del transformador
- Pared corta del transformador
- Herrajes
- Tirantes

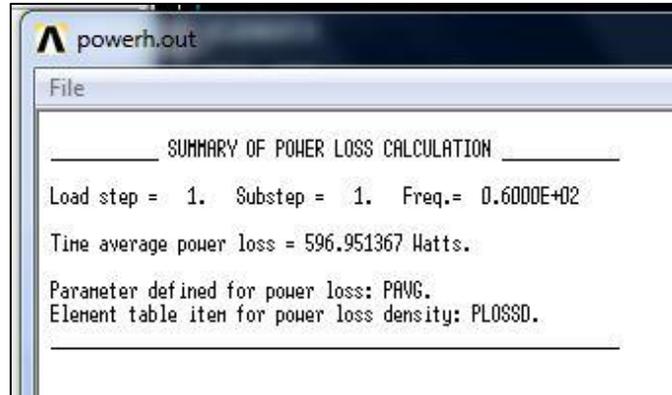
Para cada uno de estos elementos se siguieron las mismas instrucciones de mallado, condiciones de frontera y método de solución. Exceptuando la indicación para dibujar el volumen que representa a cada componente metálico, el resto de la programación es exactamente igual.

Las características de la computadora utilizada para la simulación son: procesador Intel Core i7, 640 Gb en disco duro, 6 Gb en ram a una velocidad de 1.6 MHz.

El primer resultado obtenido del modelo realizado fueron las pérdidas promedio en watts inducidos en la pared larga del tanque que fue modelada, valor que solo representa la parte de la pared que se encuentra frente a las bobinas. La figura 31 muestra la salida del programa ANSYS utilizando el comando POWERH. También hay que considerar que este valor solo resulta de la energización de la fase central y se estimará que por las tres fases tendremos que multiplicar las pérdidas obtenidas por tres.

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

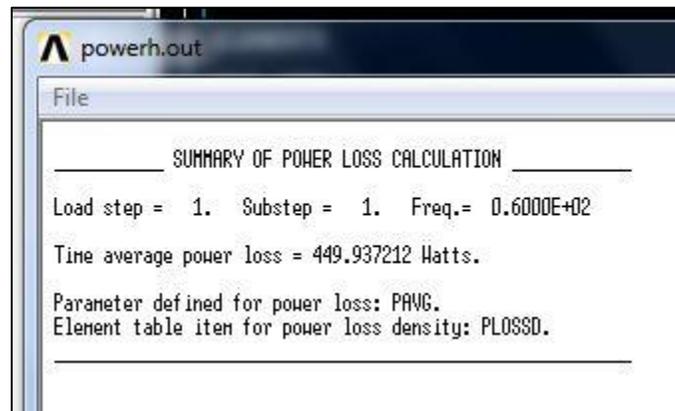
---



```
powerh.out
File
_____ SUMMARY OF POWER LOSS CALCULATION _____
Load step = 1. Substep = 1. Freq.= 0.6000E+02
Time average power loss = 596.951367 Watts.
Parameter defined for power loss: PAVG.
Element table item for power loss density: PLOSSD.
```

Figura 31. Salida del comando POWERH para la pared larga.

Los resultados obtenidos para la pared corta se muestran en la figura 32; podemos observar que se tiene un valor bastante cercano a la pared larga, debido principalmente a la distancia menor entre la bobina exterior de AT y la pared. En este caso la cantidad obtenida será multiplicada por dos paredes que están a cada extremo del núcleo.



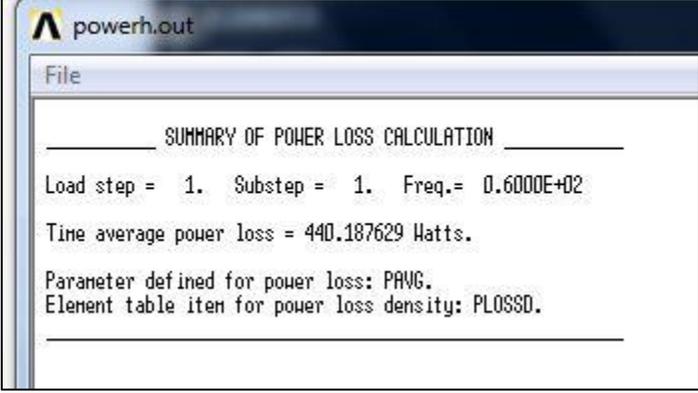
```
powerh.out
File
_____ SUMMARY OF POWER LOSS CALCULATION _____
Load step = 1. Substep = 1. Freq.= 0.6000E+02
Time average power loss = 449.937212 Watts.
Parameter defined for power loss: PAVG.
Element table item for power loss density: PLOSSD.
```

Figura 32. Salida del Comando POWERH para la pared corta.

Para el cálculo de las pérdidas en los herrajes se modeló el herraje superior e inferior por lo que tenemos que considerar las pérdidas que se inducirán debido a las dos fases restantes que no han sido modeladas. La figura 33 muestra las pérdidas inducidas en los herrajes superior e inferior.

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

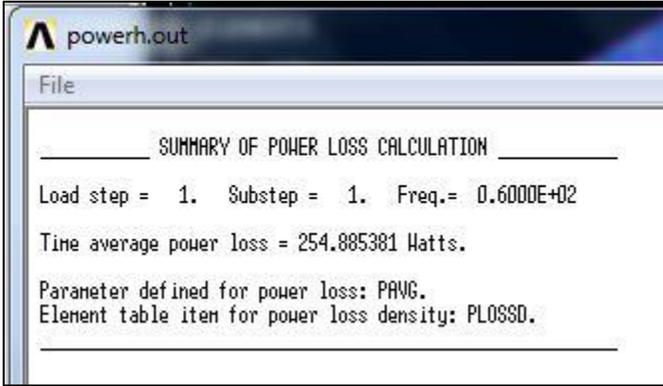
---



```
powerh.out
File
_____ SUMMARY OF POWER LOSS CALCULATION _____
Load step = 1. Substep = 1. Freq.= 0.6000E+02
Time average power loss = 440.187629 Watts.
Parameter defined for power loss: PAVG.
Element table item for power loss density: PLOSSD.
```

Figura 33. Salida del Comando POWERH para los herrajes.

Para los tirantes se modelaron las tres piezas, una en cada pierna del núcleo. Aunque solo se está simulando la carga en una sola bobina tenemos que considerar el efecto que las otras dos tendrán en la inducción de pérdidas en sus respectivos tirantes. El cálculo total de las pérdidas en estos componentes considera la suma de tres veces lo obtenido en una fase. En la figura 34 se muestra el resultado de la pierna central del transformador que ha sido excitado.



```
powerh.out
File
_____ SUMMARY OF POWER LOSS CALCULATION _____
Load step = 1. Substep = 1. Freq.= 0.6000E+02
Time average power loss = 254.885381 Watts.
Parameter defined for power loss: PAVG.
Element table item for power loss density: PLOSSD.
```

Figura 34. Salida del comando POWERH para el tirante.

A continuación se muestran en la tabla 4 los valores de pérdidas en cada componente y el resultado total de las pérdidas inducidas en todas las estructuras metálicas analizadas. La columna de pérdidas contiene todos los valores obtenidos del análisis armónico magnético; la siguiente columna contiene los valores de pérdidas con las consideraciones de cantidades de fases y cantidad de

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

componentes existentes; y la última columna contiene los valores de pérdidas totales por componente y las pérdidas totales indeterminadas que se espera sea medido y verificado durante las pruebas.

COMPONENTE	PÉRDIDAS (WATTS)	PÉRDIDAS CON SIMETRÍA (WATTS)	PÉRDIDAS MODELO COMPLETO (WATTS)
PARED LARGA	425.53	1276.59	2553.18
PARED CORTA	372.72	745.44	1490.88
HERRAJES	170.38	511.14	1022.28
TIRANTES	169.77	509.31	1018.62
TOTAL			6084.96

Tabla 4. Resumen de pérdidas.

La tabla 5 muestra resultados de pérdidas utilizando la profundidad de penetración (skin depth) y con la malla aún más refinada en la placa de acero A36 de cada componente estructural.

COMPONENTE	PÉRDIDAS (WATTS)	PÉRDIDAS CON SIMETRÍA (WATTS)	PÉRDIDAS MODELO COMPLETO (WATTS)
PARED LARGA	596.95	1790.85	3581.70
PARED CORTA	440.94	881.88	1763.76
HERRAJES	440.18	1320.54	2641.08
TIRANTES	254.88	764.64	1529.28
TOTAL			9515.82

Tabla 5. Resumen de pérdidas con malla refinada.

Los resultados obtenidos también incluyen la distribución de temperaturas en cada uno de los componentes estructurales analizados. Se presenta a continuación la distribución de temperatura resultado de las pérdidas inducidas en cada componente.

La figura 35 muestra la distribución de temperaturas en la pared larga del transformador. Las temperaturas mayores se encuentran localizadas hacia la parte inferior del tanque alcanzando un máximo de 26.1°C. Hacia la parte central de esta

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

pared se incrementa la temperatura a un valor de 22.33°C y en ambos casos no son cantidades muy elevadas.

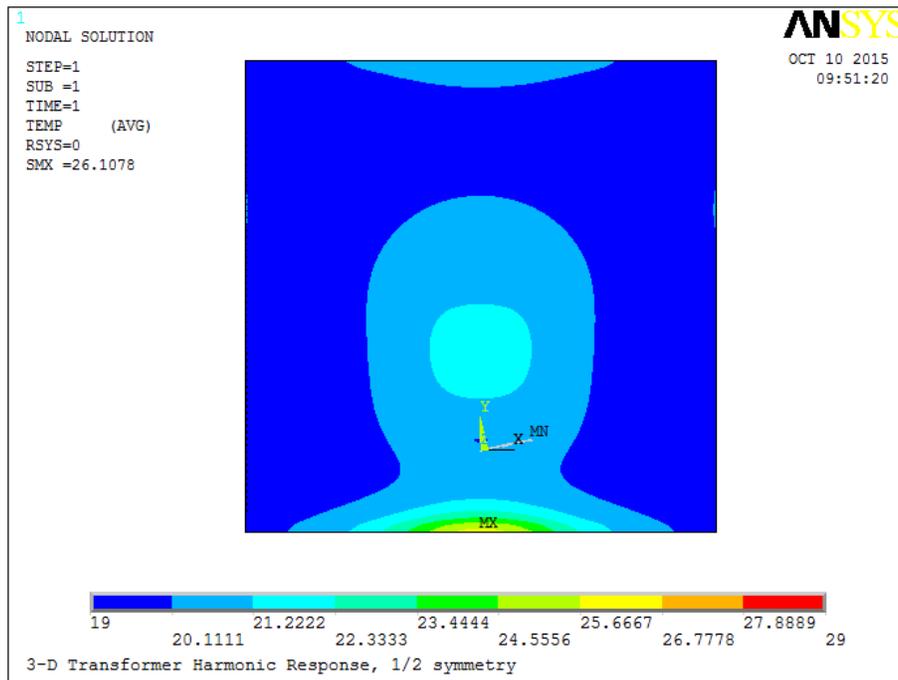


Figura 35. Distribución de temperatura en la pared larga.

En la figura 36 se muestra la distribución de la temperatura en la pared corta del transformador, los valores máximos se encuentran hacia el extremo izquierdo de la pared donde está más cercano a la bobina. El valor máximo alcanzado es de 37.87°C, esta temperatura continua siendo baja para los valores límites del aceite.

Los herrajes y su distribución de temperatura son mostrados en la figura 37, las máximas temperaturas son mostradas en la parte central que es donde se encuentra ubicada las bobinas y donde se generan las pérdidas debido al flujo. La máxima temperatura alcanzada es de 25.61°C

La distribución de la temperatura en el tirante está mostrada en la figura 38, la máxima temperatura alcanzada es de 29.93°C y se ubica hacia los extremos de la placa a la altura donde terminan las bobinas axialmente. Es en esta altura donde se tiene la mayor incidencia del flujo de manera perpendicular en la placa del tirante y por ende la mayor cantidad de pérdidas inducidas.

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

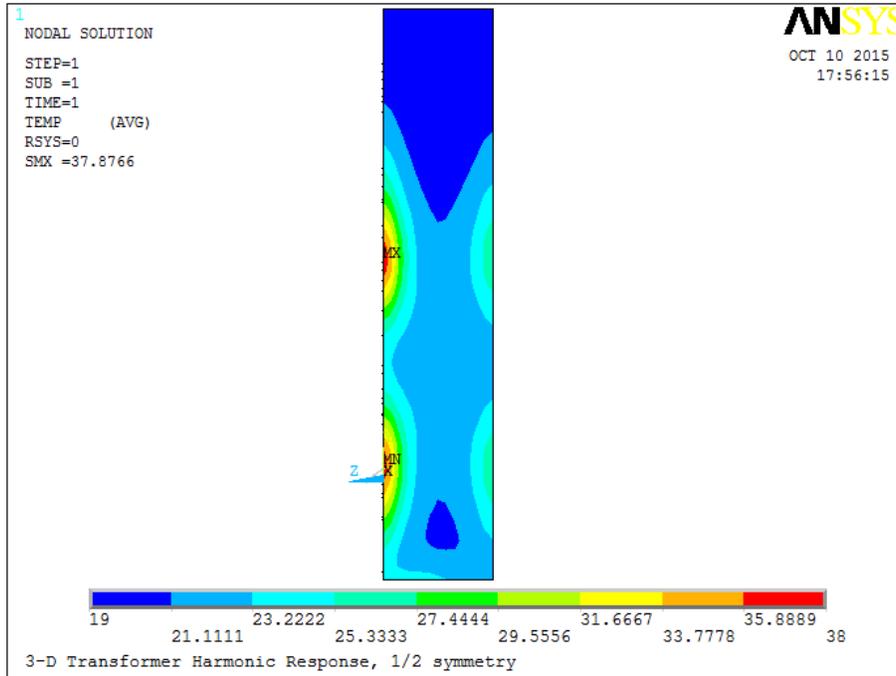


Figura 36. Distribución de temperatura en la pared corta.

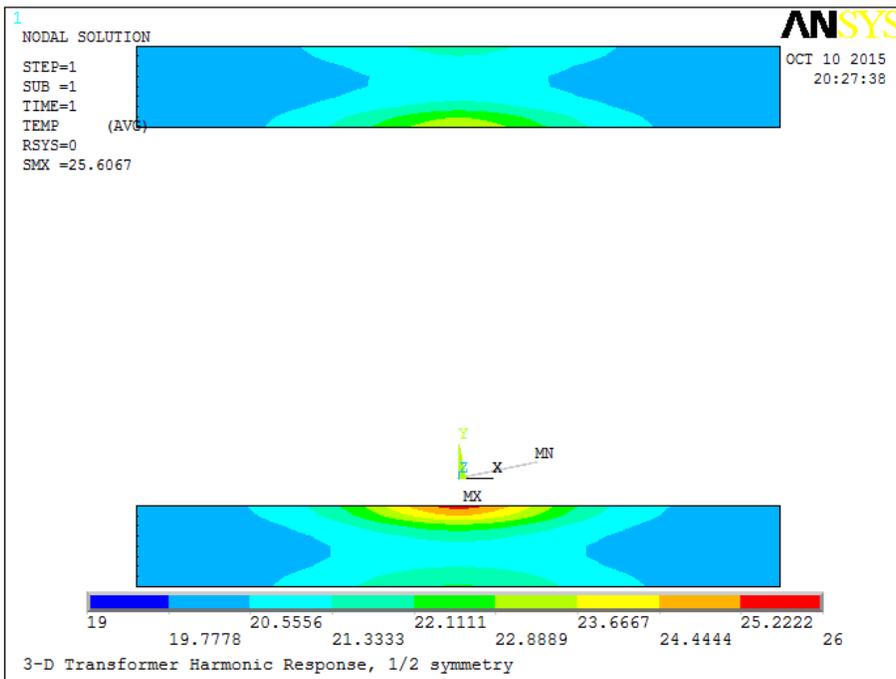


Figura 37. Distribución de temperaturas en herrajes superior e inferior.

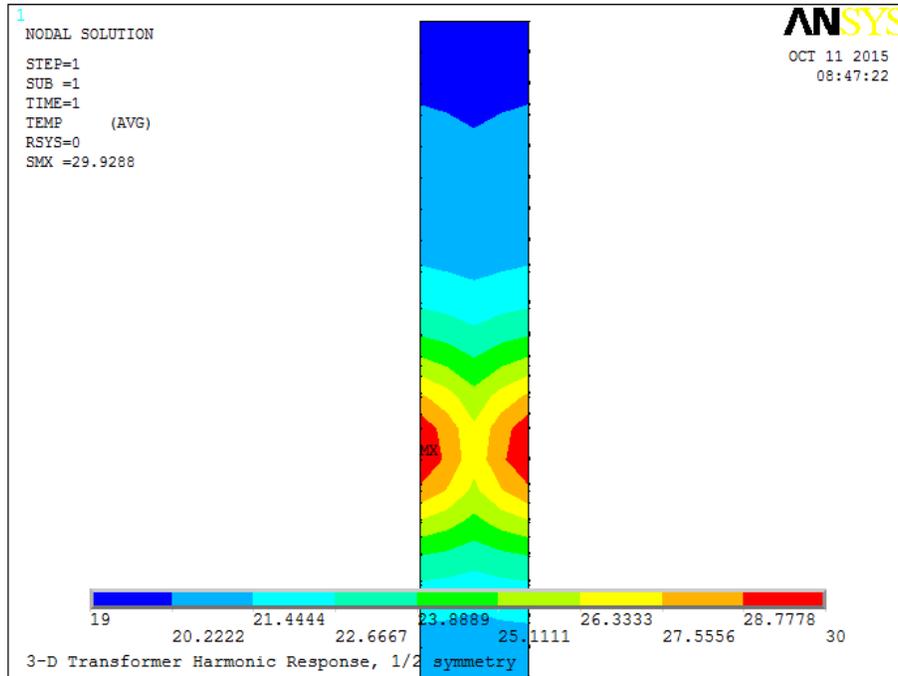


Figura 38. Distribución de temperaturas en tirante.

En cada componente aparecen las temperaturas máximas alcanzadas debidas a las pérdidas inducidas debido al flujo magnético. Estas no superan los 40°C al tener una temperatura ambiente de 20°C, lo que da aproximadamente un gradiente de 20°C máximos. Este gradiente se reducirá en el momento en que el aceite del transformador alcance su máxima temperatura de operación que es de 105°C. En ese momento será el aceite circundante el que transfiera más calor hacia los componentes metálicos del transformador y las pérdidas inducidas no serán relevantes para la cuestión del valor de temperaturas en las partes metálicas. Esta es una de las verificaciones que deben ser efectuadas en cada diseño ya que en caso de encontrar valores de temperaturas que excedan los 105°C el diseñador deberá tomar medidas para evitar tener temperaturas que degraden el aceite circundante y que puedan generar gases combustibles tales como metano, etano, etileno y acetileno.

### 4.2 Validación con resultados experimentales

Los resultados obtenidos utilizando ANSYS® se comparan con los valores obtenidos de pruebas de laboratorio. Estos se obtienen en el laboratorio de pruebas

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

---

una vez que el transformador ha sido terminado; el método de prueba utilizado está indicado en las Normas NMX-J-169, IEEE C57.12.00 y la Norma IEC 60076-3. Se obtienen dos valores importantes: las pérdidas resistivas o  $I^2R$  y las pérdidas indeterminadas; estas últimas tienen dos componentes, la de pérdidas por corrientes circulantes en los conductores de los devanados y la de pérdidas por inducción magnética en los componentes estructurales. Para realizar la separación se hace uso de los cálculos de pérdidas en los conductores, realizada mediante el método de elemento finito con programas propiedad de la compañía.

Al realizar la medición de pérdidas a la unidad objeto de estudio se obtuvieron los resultados siguientes:

$I^2R = 86430$  Watts

Pérdidas indeterminadas = 11422 Watts

Es importante mencionar que la medición de estas pérdidas se realizó en la capacidad máxima del transformador que es de 14 MVA y en la posición nominal del cambiador de derivaciones sin carga 67 – 24.94 kV, mismas condiciones en las que fue realizado todo el análisis de cálculo.

El cálculo de pérdidas por corrientes circulantes en el devanado fue de 2279 Watts, por lo que el valor correspondiente a las pérdidas por inducción magnética se obtendría como 11422 – 2279 Watts resultando en 9143 Watts.

Este valor de pérdidas por inducción magnética lo comparamos con el valor obtenido del análisis MEF y se encuentra lo siguiente:

Valor obtenido del análisis con Elemento Finito: 9515.82 Watts

Valor obtenido de la medición de Laboratorio: 9143.00 Watts

$$9515.82 - 9143 = 372.82$$

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

---

$$\frac{372.82}{9143} \times 100 = 4.077\%$$

La diferencia es de 372.82 Watts lo que representa un error de 4.08%. Esto representa una precisión en el cálculo bastante aceptable ya que con el método de impedancia y constantes empíricas conocido el valor de pérdidas estimadas fue de 4583 Watts y esto representa un error con respecto al valor medido del 49.87%, porcentaje que puede impactar finalmente en el resultado. La precisión obtenida con el análisis MEF ayudará a anticipar posibles temperaturas de punto caliente en zonas localizadas y así también se podrá reducir el margen de tolerancias para las pérdidas adecuando la cantidad de enfriamiento en radiadores y ventiladores a las pérdidas calculadas.

$$\frac{4583 - 9143}{9143} \times 100 = -49.87\%$$

### 4.3 Comparación de Resultados con otros autores

Resultados obtenidos por los autores Holland y O'Connell [32] utilizando la metodología de la impedancia de superficie con elementos finitos muestran valores de precisión entre lo calculado y las pruebas menores al 5%; en otro de los artículos consultados los autores Tekletsadik y Saralovac [11] mencionan que con su modelo de elemento finito utilizando ANSYS® (APDL) obtienen un margen de error del 5% cuando utilizan un tamaño de malla igual a la profundidad de piel (skin depth) y que además el modelo puede dar un margen de error cercano al 2.5% cuando utilizan un tamaño de malla de la mitad de la profundidad de piel. Los autores Higuchi y Koizumi [3] muestran el resultado obtenido al aplicar la técnica del método de ecuación integral con el modelo de impedancia de superficie. El resultado que presentan está basado en la medición de la densidad del campo magnético en el lado de la placa de acero que representa al tanque, obteniendo un valor cercano al 7.5% respecto al valor calculado y en el valor de pérdidas inducidas medidas contra lo calculado tienen una desviación del 27%.

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

---

Los resultados obtenidos en el presente análisis muestran una precisión muy apropiada ya que al compararlos con los obtenidos en laboratorio podemos tener una mayor certeza de las pérdidas en las estructuras metálicas a diferencia de los obtenidos por métodos empíricos. Estos resultados también se encuentran dentro de las precisiones obtenidas en estudios de otros autores y aplicando diferentes metodologías, como ya se ha visto.

### 4.4 Conclusiones

El uso de la herramienta de ANSYS® APDL permitirá a los diseñadores eléctricos de transformadores predecir con bastante certidumbre las pérdidas inducidas en el tanque en un tiempo muy corto durante la etapa de diseño y esto beneficiará en ahorros considerables de materiales tales como: líquidos aislantes dieléctricos, radiadores y ventiladores de enfriamiento principalmente. Otro beneficio posible es contar con una herramienta con la cual se validen los cálculos que sean presentados a los consultores del cliente durante la revisión del diseño con lo cual demostramos la capacidad tecnológica de la empresa.

El uso de un modelo parametrizado permite no solo la modelación de los componentes analizados en este trabajo, sino también la de componentes más complejos para su evaluación y factibilidad técnica, así como su influencia en las pérdidas durante la operación del equipo. En la etapa de diseño será posible determinar el material a utilizar en estos componentes, pudiendo ser necesario el uso de materiales antimagnéticos y/o el uso de blindajes realizados en material de alta permeabilidad.

### 4.5 Trabajos futuros

Es importante mencionar que el trabajo de análisis realizado tiene etapas de desarrollo aún por explorar. La dificultad que conlleva realizar el modelado de piezas del transformador de forma paramétrica, la utilización de instrucciones en las líneas de comando, el establecimiento adecuado de las condiciones de frontera y el tiempo de utilización del recurso en memoria al momento de mallar el modelo y buscar la

## Capítulo 4 Análisis de Resultados

---

solución han sido los principales retos de este trabajo, y también lo serán para los futuros trabajos derivados del mismo.

Quedan por explorar muchos diseños de mayor tamaño con los cuales se podría probar la efectividad y precisión del cálculo. Esta tarea requerirá emplear un tiempo de simulación extenso, ya que cada cálculo de componente requiere en promedio de 30 a 40 minutos; así también se requiere invertir tiempo de análisis para la revisión de los resultados y comparación con los valores obtenidos de laboratorio.

Se debe así también mejorar el programa con líneas de comandos que permitan realizar la simulación con las tres fases simultáneamente, y que además sea posible obtener los flujos en cada una de las columnas del núcleo para visualizar su comportamiento y facilitar el análisis del fenómeno electromagnético.

El acoplamiento de los estudios magnético y térmico es un proceso complejo ya que al tener una geometría con espesores relativamente muy pequeños el mallado se vuelve suficientemente fino para aumentar drásticamente la cantidad de ecuaciones a resolver y posteriormente se debe trasladar el resultado nodal del análisis magnético ( $\text{Watts/m}^3$ ) a la malla del análisis térmico para que sirva de carga al modelo y con esto poder obtener el mapa de temperaturas. Se requiere el manejo de comandos especiales de manejo de base de datos para realizarlo de forma más efectiva y sencilla. Este es un tema a mejorar del programa que involucra un estudio más profundo de funcionamiento de ANSYS® APDL.

Debe también considerarse el mejoramiento del análisis térmico introduciendo los mecanismos de transferencia de calor que incluyan la radiación, así como el análisis de forma más precisa del flujo de los fluidos en las superficies de los componentes mecánicos del transformador. Este estudio será una continuación del trabajo mencionado en el párrafo anterior ya que es necesario contar con la información de carga en cada nodo desde el análisis magnético.

### Bibliografía

[1] Schmidt, E.; Hamberger, P.; Seitlinger, W., "Finite element calculation of eddy current losses in the tank wall of power transformers," *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, vol.2, no., pp.1167, 1173 vol.2, 1-4 June 2003 doi:10.1109/IEMDC.2003.1210388.

[2] Takahashi, N.; Kitamura, T.; Horii, M.; Takehara, J., "Optimal design of tank shield model of transformer," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol.36, no.4, pp.1089, 1093, Jul 2000 doi:10.1109/20.877630.

[3] Higuchi, Y.; Koizumi, M., "Integral equation method with surface impedance model for 3D eddy current analysis in transformers," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol.36, no.4, pp. 774, 779, Jul 2000 doi:10.1109/20.877561.

[4] Canova, A.; Freschi, F.; Repetto, M.; Tartaglia, M., "Identification of power frequency industrial magnetic field sources for shielding purposes," *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*, vol. 2, no., pp. 768, 773 vol. 2, 37 Oct. 2004 doi:10.1109/IAS.2004.1348501.

[5] Milagre, A. M.; Ferreira da Luz, M.V.; Cangane, G. M.; Komar, A.; Avelino, P. A., "3D calculation and modeling of eddy current losses in a large power transformer," *Electrical Machines (ICEM), 2012 XXth International Conference on*, vol., no., pp. 2282, 2286, 2-5 Sept. 2012 doi: 10.1109/ICEIMach.2012.6350200.

[6] Yanli Zhang; Bing Yan; Fan Cao; Dexin Xie; Linsuo Zeng, "Analysis of eddy current loss and local overheating in oil tank of a large transformer using 3-D FEM," *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, vol., no., pp. 1,4, 20-23 Aug. 2011 doi: 10.1109/ICEMS.2011.6074007.

[7] Jiazhu Xu; Kubis, A.; Ke Zhou; Zhijun Ye; Longfu Luo, "Electromagnetic field and thermal distribution optimisation in shell-type traction transformers", *Electric Power Applications, IET*, vol.7, no.8, pp.627,632, September 2013 doi: 10.1049/iet-epa.2013.0112.

## Bibliografía

---

- [8] Olivares, J.C.; Yilu Liu; Canedo, J.M.; Escarela-Perez, R.; Driesen, J.; Moreno, P., "Reducing losses in distribution transformers," *Power Delivery, IEEE Transactions on* , vol.18, no.3, pp.821,826, July 2003 doi: 10.1109/TPWRD.2003.813851.
- [9] Basak, A.; Kendall, H., "Leakage flux in the steel tank of a 2.5-kVA single phase transformer," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol.23, no.5, pp.3831,3835, Sep 1987 doi: 10.1109/TMAG.1987.1065466.
- [10] Deuring, W. G., "Induced Losses in Steel Plates in the Presence of an Alternating Current," *Power apparatus and systems, part iii. transactions of the american institute of electrical engineers*, vol.76, no.3, pp.166, 171, April 1957, doi: 10.1109/AIEEPAS.1957.4499525.
- [11] Tekletsadik, K.; Saravolac, M., "Calculation of losses in structural parts of transformers by FE method," in *Field Modelling: Applications to High Voltage Power Apparatus, IEE Colloquium on* , vol., no., pp.4/1-4/3, 17 Jan 1996 doi: 10.1049/ic:19960030.
- [12] Del Vecchio, R.M., "Eddy-current losses in a conducting plate due to a collection of bus bars carrying currents of different magnitudes and phases," in *Magnetics, IEEE Transactions on* , vol. 39, no. 1, pp. 549-552, Jan 2003 doi: 10.1109/TMAG.2002.806353.
- [13] Yan Li; Eerhemubayaer; Xin Sun; Yongteng Jing; Jian Li, "Calculation and analysis of 3-D nonlinear eddy current field and structure losses in transformer," in *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, vol., no., pp. 1-4, 20-23 Aug. 2011 doi: 10.1109/ICEMS.2011.6073992
- [14] Tang Renyuan; Li Yan; Lin Feng; Tian Lijian, "Resultant magnetic fields due to both windings and heavy current leads in large power transformers," in *Magnetics, IEEE Transactions on* , vol.32, no.3, pp.1641-1644, May 1996 doi: 10.1109/20.497569.

## Bibliografía

---

[15] Yang Junyou; Tang Renyuan; Wang Chengyuan; Zhou Meiwen; Chen Yongbin, "New preventive measures against stray field of heavy current carrying conductors", in Magnetics, IEEE Transactions on , vol.32, no.3, pp.1489-1492, May 1996 doi: 10.1109/20.497531.

[16] Chen Yongbin; Yang Junyou; Yu Hainian; Tang Renyuan, "Study on eddy current losses and shielding measures in large power transformers," in Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 30, no. 5, pp. 3068-3071, Sep 1994 doi: 10.1109/20.312585

[17] Kerr, H.W.; Palmer, S., "Developments in the design of large power transformers", in Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of , vol.111, no.4, pp. 823-832, April 1964 doi: 10.1049/piee.1964.0137.

[18] Zhanhai Song; Yifang Wang; Shuai Mou; Zhe Wu; Yinhui Zhu; Bingfu Xiang; Ce Zhou, "Tank losses and magnetic shunts in a three phase power transformer," in Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on , vol., no., pp. 1-4, 20-23 Aug. 2011 doi: 10.1109/ICEMS.2011.6074005.

[19] Krason, P.; Lipinski, W., "Analysis of electromagnetic screen by using integral equation method", in Magnetics, IEEE Transactions on , vol.17, no.6, pp.2589-2591, Nov 1981 doi: 10.1109/TMAG.1981.1061628.

[20] Zhanhai Song; Yifang Wang; Shuai Mou; Zhe Wu; Yinhui Zhu; Bingfu Xiang; Ce Zhou, "The edge effects of magnetic shunts for a transformer tank," in Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on , vol., no., pp.1-4, 20-23 Aug. 2011 doi: 10.1109/ICEMS.2011.6074006.

[21] Vogel, F. J.; Adolphson, E. J., "A stray loss problem in transformer tanks," in Electrical Engineering, vol. 73, no. 4, pp. 348-348, April 1954, doi:10.1109 / EE.1954.6438717.

[22] Hernandez, C.; Arjona, M.A.; Sturgess, J.P., "Optimal Placement of a Wall-Tank Magnetic Shunt in a Transformer Using FE Models and a Stochastic-Deterministic Approach," in Electromagnetic Field Computation, 2006 12th Biennial

## Bibliografía

---

IEEE Conference on , vol., no., pp. 468-468, 0-00 doi: 10.1109/CEFC-06.2006.1633258.

[23] Kapjin Lee, Jr.; Kyihwan Park, "Modeling of the eddy currents with the consideration of the induced magnetic flux", in TENCON 2001. Proceedings of IEEE Region 10 International Conference on Electrical and Electronic Technology, vol.2, no., pp. 762-768 vol.2, 2001 doi: 10.1109/TENCON.2001.949696.

[24] ANSYS Mechanical APDL Coupled Field Analysis Guide, Release 14.0, November 2011, ANSYS, Inc.

[25] ANSYS Mechanical APDL Low-Frequency Electromagnetic Analysis Guide, Release 14.0, November 2011, ANSYS, Inc.

[26] ANSYS Mechanical APDL Verification Manual, Release 15.0, November 2013, ANSYS, Inc.

[27] ANSYS Mechanical APDL Modeling and Meshing Guide, Release 13.0, November 2010, ANSYS, Inc.

[28] ANSYS Mechanical APDL Introductory Tutorials, Release 15.0, November 2013, ANSYS, Inc.

[29] ANSYS Mechanical APDL Thermal Analysis Guide, Release 15.0, November 2013, ANSYS, Inc.

[30] S. V. Kulkarni; S. A. khaparde, Transformer Engineering, Design and Practice, Editorial CRC Press, 2004 Edition.

[31] Del Vecchio, Robert; Poulin, Bertrand; T. Feghali, Pierre; M. Shah, Dilipkumar; Ahuja, Rajendra, "Transformer Design and Principles, with applications to Core-Form Power Transformer", Editorial CRC Press, 2001 Edition.

[32] Holland, S.; O'Connell, G.P.; Haydock, L., "Calculating stray losses in power transformers using surface impedance with finite elements", in Magnetics, IEEE Transactions on, vol.28, no.2, pp.1355-1358, Mar1992, doi: 10.1109/20.123943.

## Bibliografía

---

[33] Karsai, D. K.; Kerényi, D. D.; Kiss, D. L., "Large Power Transformer", Editorial Elsevier, 1987 Edition.

[34] Pavlik, D.; Johnson, D. C.; Girgis, R. S.; "Calculation and reduction of stray losses in core-form transformers using a highly accurate finite element modelling technique", in IEEE Transactions on Power delivery, vol. 8, No. 1, pp. 239-245, January 1993, doi: 10.1109/61.180342.

[35] E. Schmidt, P. Hamberger and W. Seitlinger, "Finite element calculation of eddy current losses in the tank wall of power transformers," *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International, 2003*, pp. 1167-1173 vol.2., doi: 10.1109/IEMDC.2003.1210388

[36] Johnk, T. A. Carl; "Teoría Electromagnética, campos y ondas", Editorial Limusa, 2004 Edition.

[37] Hayt, H. William ; Buck, A. John; "Teoría Electromagnética", Editorial McGraw Hill, 2012 Edition.

[38] M. Gyimesi and J. D. Lavers. "Generalized Potential Formulation for 3-D Magnetostatic Problems". IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 28, No. 4. 1992.

[39] M. Gyimesi, J. Lavers, T. Pawlak, and D. Ostergaard. "Biot-Savart Integration for Bars and Arcs". IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 29, No. 6. 2389-2391. 1993.

[40] W. R. Smythe. Static and Dynamic Electricity. McGraw-Hill Book Co.. New York, NY. 1950.

[41] Bergman, L. Theodore; Lavine, S. Adrienne; Incropera, P. Frank; "Fundamentals of Heat and Mass Transfer"; John Wiley & Sons; Seventh edition.

### Apéndice A

Programa para construir modelo 3D paramétrico de Núcleo y bobinas del Transformador utilizando ANSYS® APDL.

```
/title, 3-D Transformer Harmonic Response, 1/2 symmetry
```

```
/vie,1,2,-1,3
```

```
/pnu,mat,1
```

```
/num,1
```

```
pi=acos(-1)
```

```
! Magnetic Core:
```

```
a_core=0.1      !core cross-section width
```

```
d4=0.38      !diámetro del núcleo
```

```
!Coils:
```

```
!LV coils
```

```
ri1=0.212     !inner radius, m
```

```
r01=0.266     !outer radius, m
```

```
hc1=0.94      !height, m
```

```
d1=0.055      !axial LV distancia
```

```
!HV coils
```

```
ri2=0.293     !inner radius, m
```

```
r02=0.370     !outer radius, m
```

```
hc2=0.90      !height, m
```

```
d2=0.075      !axial HV distance
```

```
d3=0.15       !distance from HV windings
```

```
d_dmn=0.5
```

```
!symm=2       !Symmetry factor
```

```
/PREP7
```

```
wpcs,-1,0
```

```
wpoff,-0.775
```

```
wpro,,-90
```

```
cswp,11,0
```

```
wpcs,-1,0
```

```
wpoff,0.775
```

```
wpro,,-90
```

```
cswp,12,0
```

```
wpcs,-1,0
```

```
wpoff,,-0.380/2
```

```
wpro,,-90
```

```
cswp,13,0
```

```
wpcs,-1,0
```

```
wpoff,,1.110+0.380/2
```

## Apéndice A

---

wpro,,, -90  
cswp, 14, 0  
wpcs, -1, 0  
wpoff, -0.775, -0.380, 0.190  
cswp, 15, 0  
wpcs, -1, 0  
wpoff, -0.775, 1.110+0.380, 0.190  
cswp, 16, 0  
wpcs, -1, 0  
wpoff, 0.775, -0.380, 0.190  
cswp, 17, 0  
wpcs, -1, 0  
wpoff, 0.775, 1.110+0.380, 0.190  
cswp, 18, 0  
csys  
!Column B  
wpcs, -1, 0  
wpro,,, -90  
rprism, -0.380/2, 1.110+0.380/2, 10,, 0.190  
wpcs, -1, 13  
wpro, -18  
rprism, -0.950, 0.950, 10,, 0.190  
wpro, 18  
vsbv, 1, 2,, delete  
numcmp, volu  
numcmp, area  
numcmp, kp  
wpcs, -1, 14  
wpro, -18  
rprism, -0.950, 0.950, 10,, 0.190  
wpro, 18  
vsbv, 1, 2,, delete  
numcmp, volu  
numcmp, area  
numcmp, kp  
csys  
wpcs, -1, 0  
block, -2, 2, -1, 3, 0, 0.5  
vsbv, 1, 2,, delete  
numcmp, volu

## Apéndice A

---

```
numcmp,area
numcmp,kp
vsel,none
!Column A
wpcs,-1,11
rprism,-0.380,1.490,10,,0.190
csys,15
wpcs,-1,15
k,,-0.190
*get,h1kp,kp,,num,max
k,,0.190
*get,h2kp,kp,,num,max
k,,0.190,0.380
*get,h3kp,kp,,num,max
a,h1kp,h2kp,h3kp
*get,a_1,area,,num,max
VEXT,a_1, , ,0,0,-0.400,,,,
vsbv,2,3,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
csys,16
wpcs,-1,16
k,,-0.190
*get,h4kp,KP,,num,max
k,,0.190
*get,h5kp,KP,,num,max
k,,0.190,-0.380
*get,h6kp,KP,,num,max
a,h4kp,h5kp,h6kp
*get,a_2,area,,num,max
VEXT,a_2, , ,0,0,-0.400,,,,
vsbv,2,3,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
csys
wpcs,-1,0
block,-2,2,-1,3,0,0.5
vsbv,2,3,,delete
```

## Apéndice A

---

numcmp,volu  
numcmp,area  
numcmp,kp  
vsel,none  
!Lower yoke  
csys,13  
wpcs,-1,13  
wpro,-18  
vsel,none  
rprism,-0.965,0.965,10,,0.190  
csys,15  
wpcs,-1,15  
k,,-0.190  
\*get,h7kp,KP,,num,max  
k,,0.190,0.380  
\*get,h8kp,KP,,num,max  
k,,-0.190,0.380  
\*get,h9kp,KP,,num,max  
a,h7kp,h8kp,h9kp  
\*get,a\_3,area,,num,max  
VEXT,a\_3, , ,0,0,-0.400,,,,  
vsbv,3,4,,delete  
numcmp,volu  
numcmp,area  
numcmp,kp  
csys,17  
wpcs,-1,17  
k,,0.190  
\*get,h10kp,kp,,num,max  
k,,0.190,0.380  
\*get,h11kp,kp,,num,max  
k,,-0.190,0.380  
\*get,h12kp,kp,,num,max  
a,h10kp,h11kp,h12kp  
\*get,a\_4,area,,num,max  
VEXT,a\_4, , ,0,0,-0.400,,,,  
vsbv,3,4,,delete  
numcmp,volu  
numcmp,area  
numcmp,kp

## Apéndice A

---

```
csys
wpcs,-1,0
block,-2,2,-1,3,0,0.5
vsbv,3,4,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
vsel,all
csys,0
vsel,none
!upper yoke
csys,14
wpcs,-1,14
wpro,-18
vsel,none
rprism,-0.950,0.950,10,,0.190
csys,16
wpcs,-1,16
k,,-0.190
*get,h13kp,KP,,num,max
k,,-0.190,-0.380
*get,h14kp,KP,,num,max
k,,0.190,-0.380
*get,h15kp,KP,,num,max
a,h13kp,h14kp,h15kp
*get,a_5,area,,num,max
VEXT,a_5, , ,0,0,-0.400,,,,
vsbv,4,5,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
csys,18
wpcs,-1,18
k,,0.190
*get,h16kp,KP,,num,max
k,,0.190,-0.380
*get,h17kp,KP,,num,max
k,,-0.190,-0.380
*get,h18kp,KP,,num,max
a,h16kp,h17kp,h18kp
```

## Apéndice A

---

```
*get,a_6,area,,num,max
VEXT,a_6, , ,0,0,-0.400,,,,
vsbv,4,5,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
csys
wpcs,-1,0
block,-2,2,-1,3,0,0.5
vsbv,4,5,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
vsel,all
!Column C
vsel,none
wpcs,-1,12
vsel,none
rprism,-0.380,1.490,10,,0.190
csys,17
wpcs,-1,17
k,,0.190
*get,h19kp,kp,,num,max
k,,-0.190,0.380
*get,h20kp,kp,,num,max
k,,-0.190
*get,h21kp,kp,,num,max
a,h19kp,h20kp,h21kp
*get,a_7,area,,num,max
VEXT,a_7, , ,0,0,-0.400,,,,
vsbv,5,6,,delete
numcmp,volu
numcmp,area
numcmp,kp
csys,18
wpcs,-1,18
k,,0.190
*get,h22kp,KP,,num,max
k,,-0.190
*get,h23kp,KP,,num,max
```

## Apéndice A

---

```
k,, -0.190, -0.380
*get, h24kp, KP, , num, max
a, h22kp, h23kp, h24kp
*get, a_8, area, , num, max
VEXT, a_8, , , 0, 0, -0.400, , ,
vsbv, 5, 6, , delete
numcmp, volu
numcmp, area
numcmp, kp
csys
wpcs, -1, 0
block, -2, 2, -1, 3, 0, 0.5
vsbv, 5, 6, , delete
numcmp, volu
numcmp, area
numcmp, kp
alls
vglue, all
numcmp, volu
cm, core, volu
vatt, 1, 1, 1
! Coils model
csys
wpcs, -1, 0
wprot, 0, -90, 0
vsel, none
cylinder, ri1, r01, d1, d1+hc1, 0, 180      !coil 1
cm, coil_lva, volu
vatt, 2, 2, 2
vsel, none
cylinder, ri2, r02, d2, d2+hc2, 0, 180      !coil 2
cm, coil_hva, volu
vatt, 3, 3, 3
allsel
fini
```